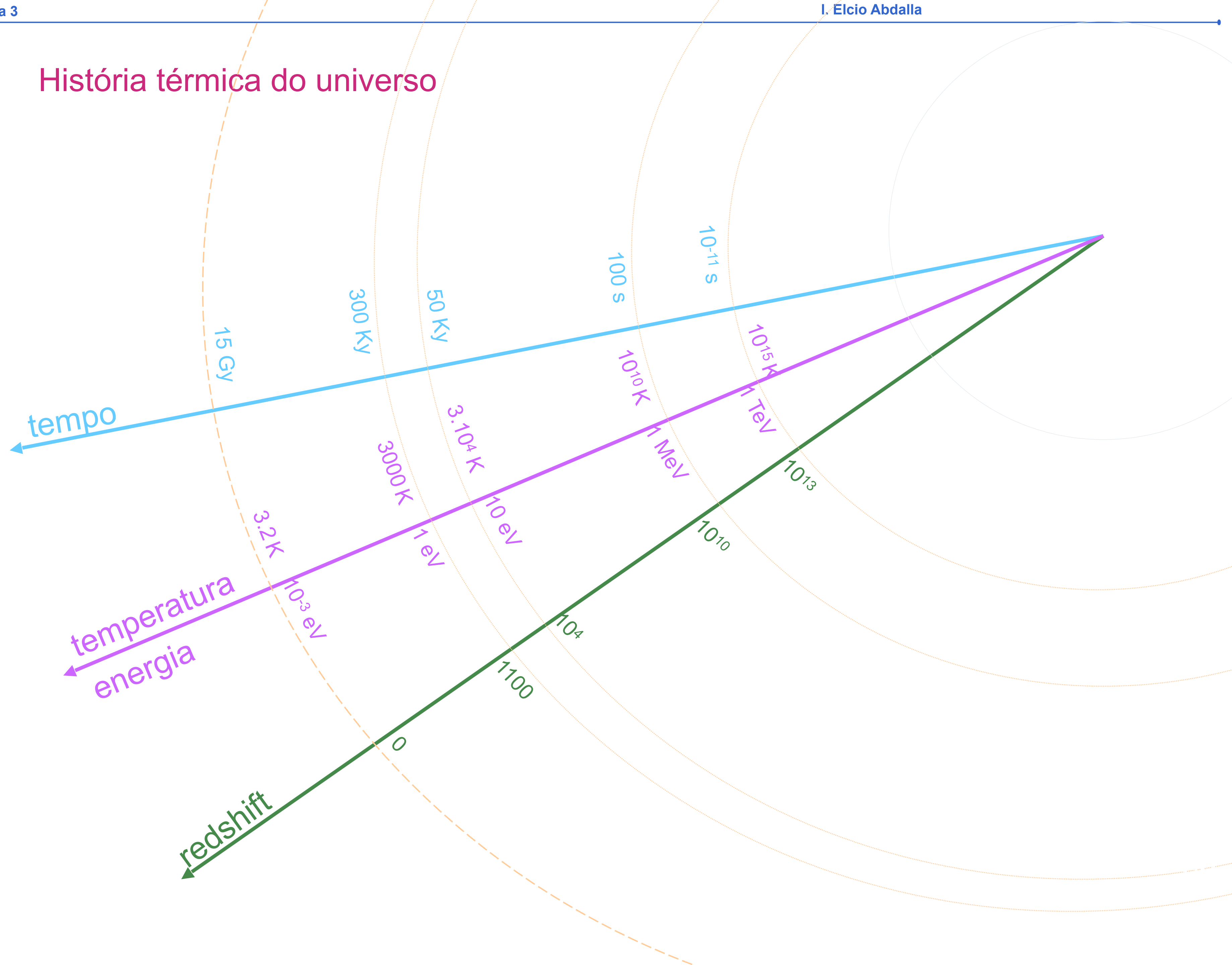
Inflação e energia escura

- História térmica do universo
- Modelos de Friedmann abertos e fechados
- Problemas com os modelos de Friedmann: horizontes, homogeneidade, curvatura...
- Possível solução: inflação
- Energia escura: evidências observacionais
- Acelerando o universo
- Modelos de inflação e energia escura
- Vantagens e desvantagens dos modelos

História térmica do universo



Modelos de Friedmann abertos e fechados: o papel da curvatura espacial

- A métrica de Friedmann-Robertson-Walker é, em tempo comóvel:

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t)\left[\frac{dr^2}{1-Kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 sen^2\theta\, d\phi^2\right]$$

A primeira equação de Friedmann é

$$3H^2 + \frac{K}{a^2} = 8\pi G\,\rho$$

$$H = \frac{\dot a}{a} = \frac{1}{a}\frac{da}{dt}$$

$$\dot\rho + 3H(\rho + p) = 0$$

$$p = w\rho$$

Usamos a equação de continuidade (ver aula passada) para obter a dependência da densidade em função do fator de escala:

$$\Rightarrow \quad \rho = \rho_0 \left(\frac{a}{a_0}\right)^{-3(1+w)}$$

- $\rho_{rad} \propto a^{-4}$
- $\rho_{mat} \propto a^{-3}$
- $\rho_{\Lambda} \propto a^{0}$

termo de curvatura decai mais devagar, ~ a^{-2}

Portanto, o termo de curvatura se torna progressivamente mais importante se o universo é dominado por radiação, ou por poeira!

É útil definir a **densidade crítica**, para a qual o universo seria plano:

$$8\pi G\,\rho_{crit} = 3H^2 \qquad \rho_{crit} = \frac{3H^2}{8\pi G}$$

Dividindo a densidade pela densidade crítica, obtemos o **parâmetro de densidade**

$$1 + \frac{K}{a^2 H^2} = \frac{8\pi G\,\rho}{3H^2} = \frac{\rho}{\rho_{crit}} = \Omega$$

O parâmetro de densidade é ***o*** indicador da curvatura espacial:

$$\Omega < 1 \quad \Rightarrow \quad K = -1 \quad (aberto)$$

$$\Omega = 1 \quad \Rightarrow \quad K = 0 \quad (plano)$$

$$\Omega > 1 \quad \Rightarrow \quad K = +1 \quad (fechado)$$

A discussão acima mostra que, se o univer…
poeira ou por radiação, então Ω …
cresce com o tempo; se Ω ***<1***, en…
permanece constante.

Exercício: mos…
tivéssemos hoje Ω…
então o parâmetro …
densidade teria os seguintes valores no passado:

$$\Rightarrow \quad 1-\Omega \approx 10^{-6}$$

$$z = 1000 \quad \Rightarrow \quad 1-\Omega \approx 10^{-16}$$

Problema!!!
Se K≠0 e Ω~1 hoje, como explicar que 1-Ω era, no passado, um número tão insignificante???

Observações do parâmetro de densidade

- Dinâmica de galáxias e aglomerados: $0.15 < \Omega_m < 0.4$
- Idades de aglom. glob./galáxias em z~2-3: $\Omega_m < 0.6$

  Evolução de aglomerados: $\Omega_m \sim 0.3$

SÓ MATÉRIA EM GALÁXIAS E AGLOMERADOS!

- RCF: $\Omega = 1.0 \pm 0.08$
- Estatística de LSS/simulações $\Omega = 1.0 \pm 0.3$

Portanto, ou a curvatura é hoje importante, mas era inicialmente insignificante e só na nossa era ela se tornou tão importante quanto o resto da matéria (mas... por quê??) ; ou então, as observações e a interpretação da RCF e da estatísica da distribuição de galáxias realmente estão indicando que, por algum motivo, a curvatura foi suprimida e permanece insignificante.

3.3 Os problemas dos modelos de Friedmann de poeira e radiação.

Vimos que os modelos de Friedmann de Big Bang dominados apenas por poeira (w=0) e radiação (w=1/3) acumulam alguns pontos nebulosos:

O problema do horizonte: o universo visível hoje engloba uma região imensa, onde regiões que nunca haviam estado em contato antes se encontram. E o que verificamos é que essas regiões ***causalmente desconexas*** são formidavelmente parecidas. Em particular, a RCF vindo de direções opostas desde distâncias gigantescas têm a mesma temperatura, apesar de nunca ter estado em contato anteriormente (pelo menos isso é o que o modelo de poeira+radiação diz).

O problema da curvatura: a densidade do universo é hoje misteriosamente próxima à densidade crítica, ou seja, $\Omega \cong 1$. Mas se a curvatura não for ***exatamente*** igual a zero, esse valor é instável e deveria crescer ou diminuir muito rapidamente. Seria uma coincidência fantasmagórica se as condições iniciais do universo foram ajustadas precisamente para que só na era atual Ω tivesse um valor próximo da unidade.

O problema da origem das inomogeneidades: o modelo de Big Bang simples não dá qualquer dica de como ou por quê surgiram as flutuações iniciais de densidade e pressão que posteriormente cresceram para formar as estruturas visíveis do universo. Nem diz por que essas flutuações têm uma amplitude constante ($\sim 10^{-5}$) nas mais distantes regiões do universo.

A solução: inflação (expansão acelerada)

A idéia da inflação é a seguinte: suponha que, nos seus primórdios, o universo passou por uma fase durante a qual a **expansão era acelerada**, ou seja:

$$\ddot{a} > 0 \quad , \quad q = -\frac{a\ddot{a}}{\dot{a}^2} < 0$$

Por exemplo, podemos ter um fator de escala:

$$\boxed{\begin{array}{l} a = a_1\left(\dfrac{t}{t_1}\right)^p \quad , \quad p > 1 \\ \dfrac{\ddot{a}}{a} = \dfrac{p(p-1)}{t^2} > 0 \end{array}}$$

$$\lim p \to \infty : \quad a = e^{Ht}$$

Essa fase acelerada seria provocada por alguma forma de matéria cuja equação de estado seria:

$$\rho \propto a^{-3(1+w)} \quad , \quad w = \frac{2-3p}{3p}$$

✓ O problema da curvatura (ou o problema de Ω) :

A primeira equação de Friedmann (de novo):

$$3H^2 + \frac{K}{a^2} = 8\pi G\,\rho$$

Se a forma de matéria dominante no universo ***p>>1***, a densidade de energia correspondente decai muito mais ***devagar*** do que o termo de curvatura,

$$\rho \propto a^{-2/p}$$

No limite ***p*** → ∞ , a densidade é ***constante*** e o termo de curvatura decai exponencialmente:

$$p \to \infty : \quad \rho \propto const \quad , \quad \frac{K}{a^2} \propto e^{-2Ht}$$

Portanto, o efeito de uma era inflacionária é suprimir a curvatura. Todos os modelos mais realísticos de inflação prevêem uma era inflacionária longa o suficiente tal que hoje a curvatura é completamente insignificante.

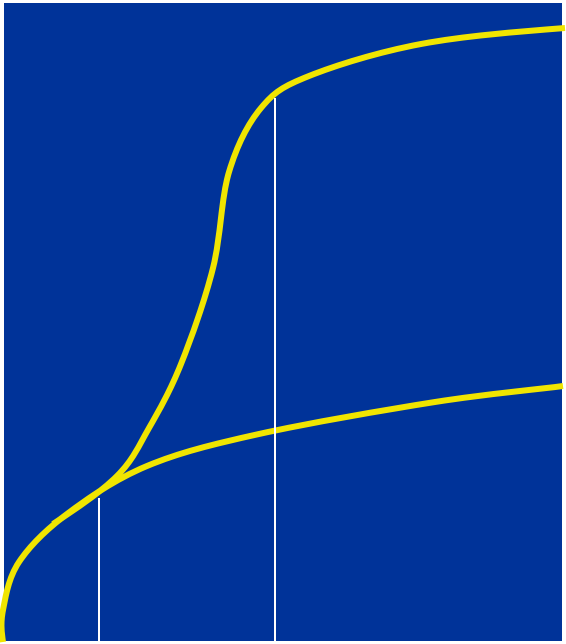
✓ O problema do horizonte.

Considere, por simplicidade, a era da radiação (matéria ultra-relativística) e assuma que a curvatura já desapareceu. Sem inflação, teríamos:

$$\left.\begin{array}{l}\rho \propto a^{-4} \\ 3H^2 = 8\pi G\rho\end{array}\right\} a = t^{1/2} \qquad \Longrightarrow d_{Hp} = a(t)\int_0^t \frac{dt'}{a(t')} = 2t$$

Agora suponha que entre os instantes $\boldsymbol{t_a}$ e $\boldsymbol{t_b}$, a evolução do universo não foi determinada por matéria ultra-relativística, mas sim por uma outra forma de matéria que provoca expansão acelerada. Temos então:

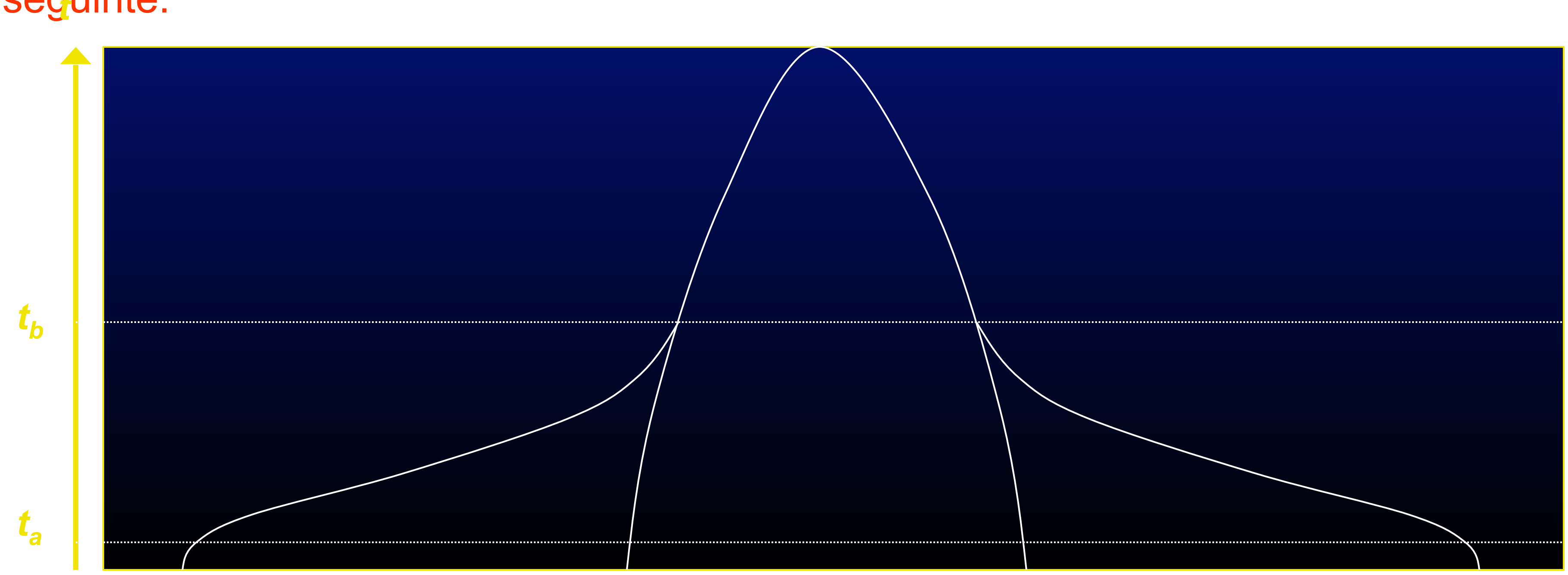
$$a(t) = \begin{cases} t^{1/2} & t \le t_a \\ t_a^{1/2}\left(\dfrac{t}{t_a}\right)^p & t_a \le t \le t_b \\ t_a^{1/2}\left(\dfrac{t_b}{t_a}\right)^p\left(\dfrac{t}{t_b}\right)^{1/2} & t \ge t_b \end{cases}$$



$$d_{Hp} = 2t + \frac{t_a}{p-1}\left(\frac{t_b}{t_a}\right)^p$$

☛ Exercício: verifique!

Se $t_b \gg t_a$ (ou seja, se a fase inflacionária durar bastante), e se $p \gg 1$, então o segundo termo é muito maior que o primeiro (que é o horizonte num universo dominado apenas por radiação). O efeito da inflação sobre o cone de luz passado é o seguinte:



✓ A origem das perturbações

Como veremos em detalhe nas próximas aulas, a inflação é um excelente mecanismo de **criar de partículas a partir do vácuo**.

O Mecanismo: durante a inflação os pares virtuais, que existem em todos os lugares e a todos os instantes como consequência das relações de incerteza da mecânica quântica, sofrem um “arrasto” causado pela expansão acelerada do universo. Alguns pares são separados e se convertem em pares reais.

Essas partículas aumentam a densidade de energia em alguns locais, dando assim origem às regiões mais densas que levarão à formação de estruturas.

Em resumo: a inflação explica por que o universo é tão homogêneo em grandes escalas (problema do horizonte), elimina o problema da curvatura e, ainda por cima, fornece um mecanismo quântico de geração das inomogeneidades primordiais que deram origem à estrutura do universo.

Energia escura

⌖ A inflação resolve os problemas dos modelos simples de FRW, propondo que houve uma era de expansão acelerada nos primórdios do universo.

HOJE o universo está entrando num novo período de aceleração! A **causa** dessa expansão acelerada é comumente denominada **energia escura**.
Esses indícios são:

As observações de Supernovas Ia

✓ O espectro da radiação cósmica de fundo (RCF)

✓ As medidas de matéria aglomerativa (associada a galáxias)

✓ As observações de número de aglomerados em função do redshift

Supernovas Ia

P.J.E. Peebles

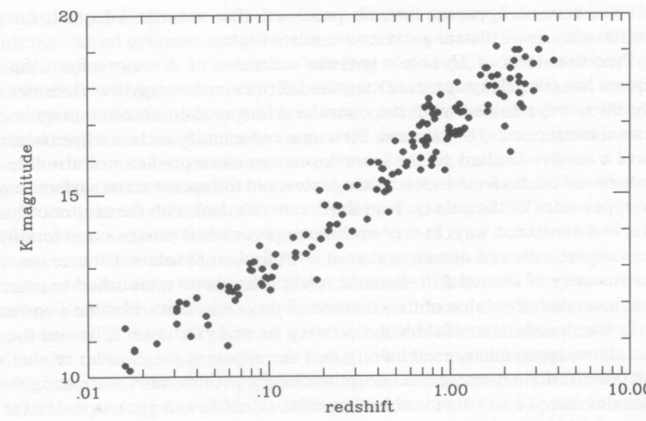
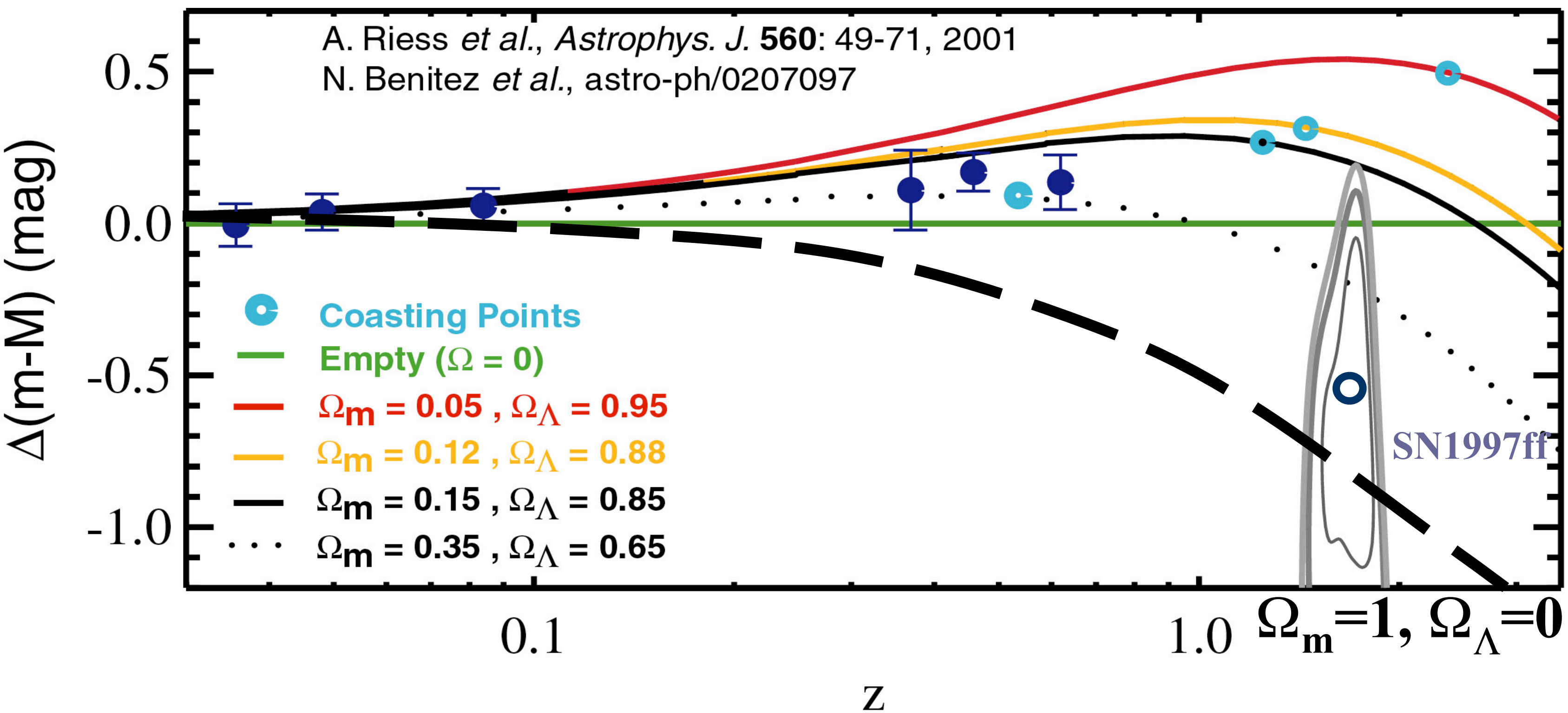
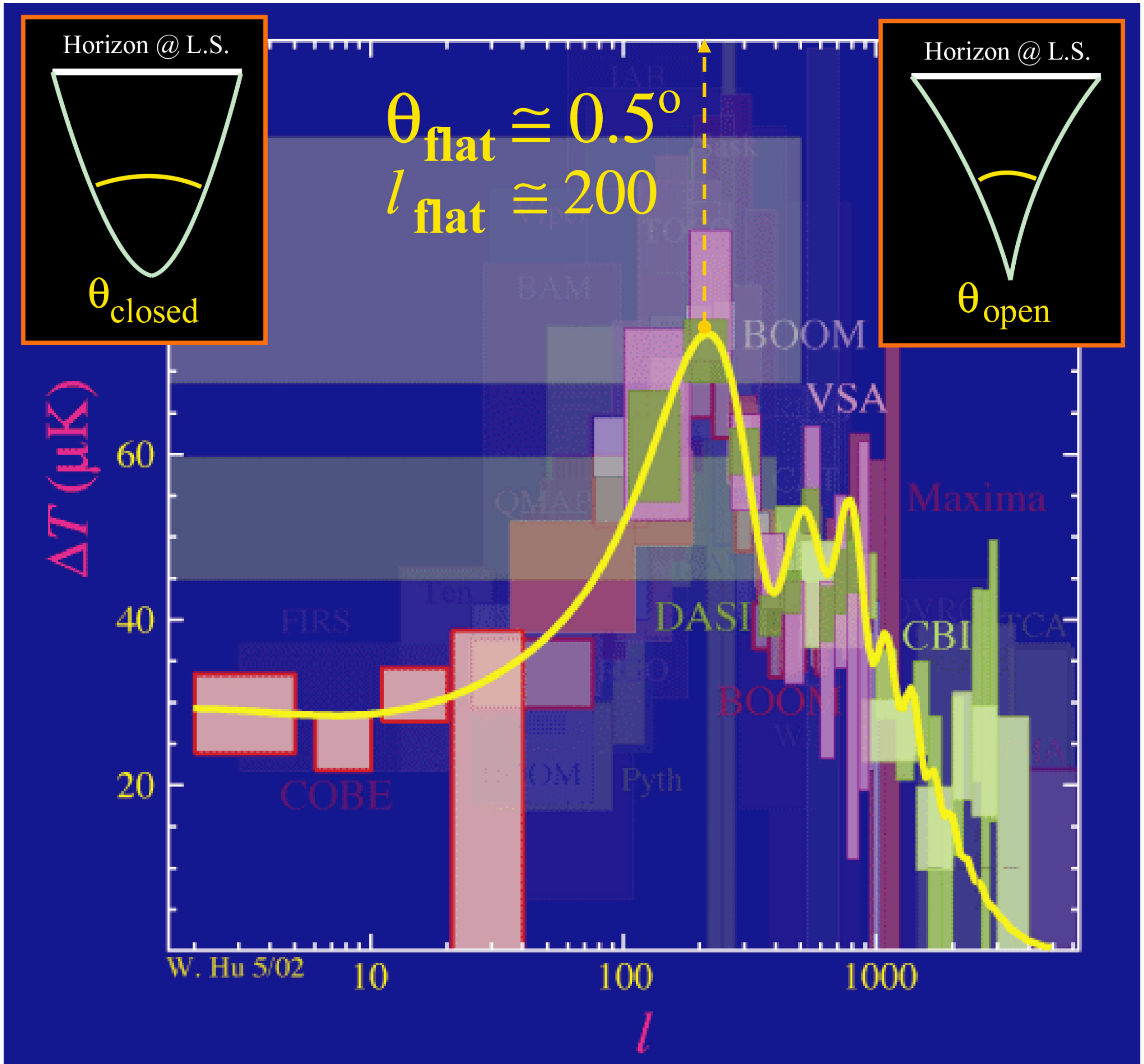


Figure 5.3. Redshift-magnitude relation for radio galaxies (McCarthy 1992).



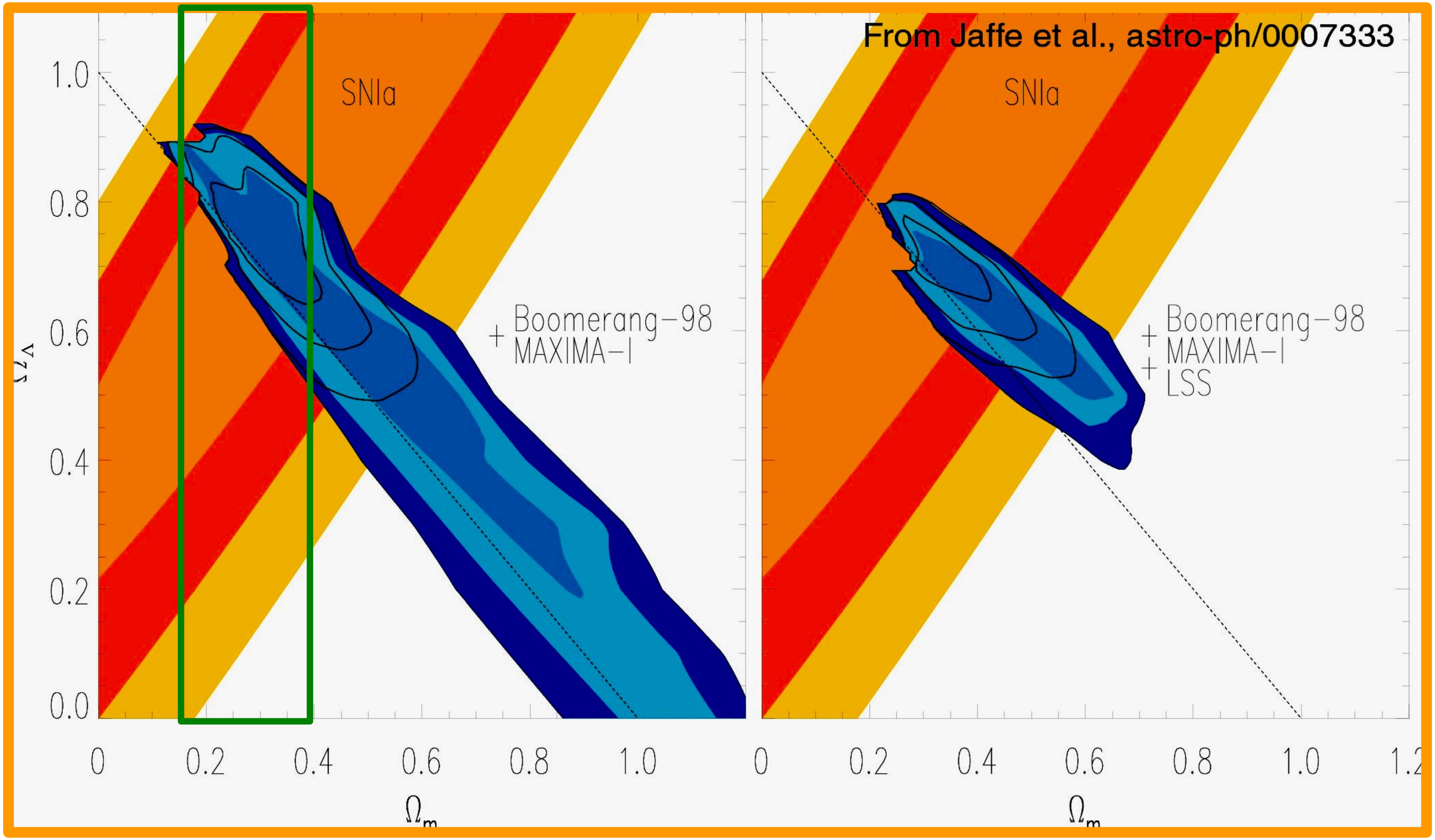
RCF



$$\Downarrow$$

$$\Omega_0 = \Omega_m + \Omega_\Lambda$$
$$= 1.0 \pm 0.08$$

Combinando Supernovas, RCF e LSS:



- **TODAS** as observações astronômicas e astrofísicas são consistentes com um universo onde:

  1. a densidade de energia é muito próxima da densidade crítica

  2. a matéria aglomerativa (bárions + CDM) perfaz menos de 30% dessa densidade de energia total

  3. alguma forma de matéria que causa aceleração perfaz mais de 70% da densidade de energia total.

Como obter aceleração: modelos cosmológicos

Podemos combinar as equações de Friedmann e obter:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p)$$

Temos que formular algum tipo de matéria que tenha:

$$p < -\frac{\rho}{3} \quad \Leftrightarrow \quad w < -\frac{1}{3}$$

Como obter aceleração: modelos cosmológicos

A solução mais lembrada para a energia escura é a **constante cosmológica, ou energia de vácuo,** Λ. Como sua densidade de energia é obviamente constante, sua equação de estado é ***w*=-1** . A vantagem dessa solução é ser simples. A desvantagem, é que ela sofre de quatro problemas:

1. A densidade de energia de vácuo necessária para ajustar as observações é da ordem de $(1\ \text{meV})^4$, ou seja várias (120) ordens de magnitude abaixo das escalas de energia do Modelo Padrão.

2. É um mistério a razão pela qual Λ esperou até a era atual para começar a dominar a dinâmica do universo.

3. Não dá para “ligar” nem “desligar” → inflação não termina!

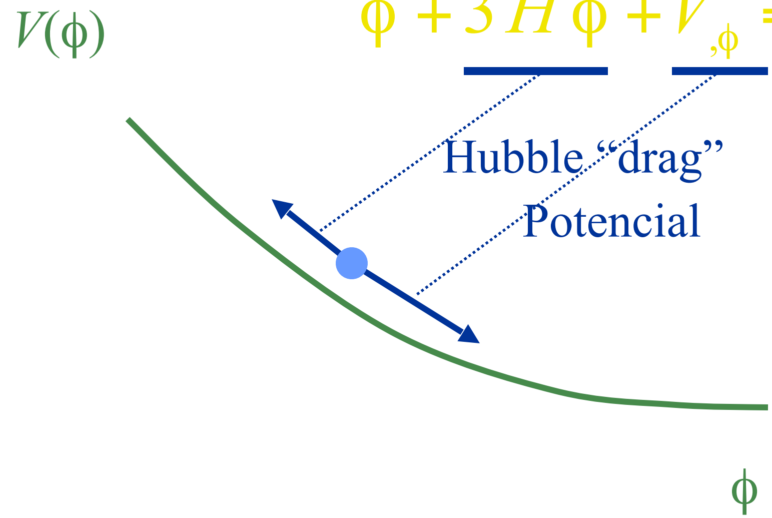
4. A constante cosmológica sempre teve o mesmo valor e representa uma energia constante no tempo. Hoje ela é muito parecida com a densidade de energia do resto da matéria, o que é muito estranho, e isto é chamado de “problema da coincidência”.

Há uma outra possibilidade: **campos escalares**.

pequeno

Equação de movimento

$$\ddot{\phi} + \underline{3H\dot{\phi}} + \underline{V_{,\phi}} = 0$$



$$\rho_\phi = \boxed{\tfrac{1}{2}(\dot{\phi})^2} + \boxed{V(\phi)}$$

$$p_\phi = \boxed{\tfrac{1}{2}(\dot{\phi})^2} - \boxed{V(\phi)}$$

Se a energia cinética for << do que a energia potential => "**slow roll**" :

$$\rho_\phi \approx V(\phi) \approx \text{constante}$$

$$p_\phi \approx -V(\phi)$$

$$w_\phi = \frac{p_\phi}{\rho_\phi} = \frac{\tfrac{1}{2}(\dot{\phi})^2 - V(\phi)}{\tfrac{1}{2}(\dot{\phi})^2 + V(\phi)} \xrightarrow{\text{s.r.}} w_\phi \cong -1$$

Com o **slow-roll**, ϕ funciona como uma Λ que decai no tempo: $V(\phi)$ <---> Λ

Exemplo: o modelo "power-law inflation" (potenciais exponenciais)

$$V = M^4 e^{-\phi/s} \quad , \quad V_{,\phi} = -\frac{1}{s} V$$

Substituindo nas equações de Friedmann e de Klein-Gordon:

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V_{,\phi} = 0$$

$$3H^2 = 8\pi G\left(\tfrac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V\right)$$

Tentamos uma solução do tipo:

$$a(t) = a_0 \left(\frac{t}{t_0}\right)^p \quad , \quad H = \frac{p}{t}$$

Examinando as equações acima, somos levados a considerar o campo escalar:

$$\phi(t) = \phi_0 \ln \frac{t}{t_0}$$

Obtemos

$$-\frac{\phi_0}{t^2} + \frac{3p}{t}\frac{\phi_0}{t} - \frac{M^4}{s} e^{-(\phi_0/s)\ln t/t_0} = 0$$

$$3\frac{p^2}{t^2} = 8\pi G\left(\frac{1}{2}\frac{\phi_0^{\,2}}{t^2} + M^4 e^{-(\phi_0/s)\ln t/t_0}\right)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\phi_0}{s} = 2, \qquad 2(3p-1) = \frac{M^4 t_0^{\,2}}{s^2}, \qquad 3p^2 = 8\pi G s^2\left(1 + \frac{M^4 t_0^{\,2}}{s^2}\right)$$

Resolvendo em função de ***p***, obtemos:

$$s = \sqrt{\frac{p}{16\pi G}}$$

$$\phi_0 = 2s$$

$$t_0 = \frac{p}{M^2\sqrt{8\pi G}}\sqrt{p(3p-1)}$$

Portanto, determinamos que existe uma solução para o caso de potenciais exponenciais que é dada por:

$$\phi(t) = \frac{\sqrt{p}}{\sqrt{4\pi G}}\ln\frac{t}{t_0}$$

$$a(t) = a_0\left(\frac{t}{t_0}\right)^p$$

Em resumo: basta escolher os parâmetros do potencial de tal forma que ***p>>1***, para obter uma **solução inflacionária**. Basta que o campo escalar domine o background para que a solução acelerada seja válida (há outra solução, claro, mas ela é um transiente). Esses modelos são populares tanto em inflação quanto em energia escura.