Plasmas Como Fluidos

F. F. Chen

Capítulo 3

Equações de Maxwell

$$\sigma = n_i q_i + n_e q_e$$

$$\mathbf{j} = n_i q_i \mathbf{v_i} + n_e q_e \mathbf{v_e}$$

$$\begin{aligned}
\epsilon \nabla \cdot \mathbf{E} &= n_i q_i + n_e q_e \\
\nabla \times \mathbf{E} &= -\dot{\mathbf{B}} \\
\nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \\
\mu_0^{-1} \nabla \times \mathbf{B} &= n_i q_i \mathbf{v_i} + n_e q_e \mathbf{v_e} + \epsilon_0 \dot{\mathbf{E}}
\end{aligned}$$

Equação de Movimento

$$mn\left[\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v}.\nabla)\mathbf{v})\right] = qn(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) - \nabla p)$$

Equação do movimento do fluido

$$mn\left[\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v}.\nabla)\mathbf{v})\right] = qn(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) - \nabla p)$$

$$\frac{d\mathbf{G}(x,t)}{dt} = \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial t} + (\mathbf{u}.\nabla)\mathbf{G}$$

Equação da continuidade

$$\frac{\partial n_j}{\partial t} + \nabla \cdot (n_j \mathbf{v_j}) = 0$$

Equação da Continuidade.

- A conservação de matéria requer que o número total de partículas N num volume V mudará somente se se houver um fluxo resultante de partículas atravessando a superfície S que contorna este volume V. Sendo a densidade do fluxo de partícula igual a $n\mathbf{u}$, nós temos, pelo teorema do divergente que:

$$\frac{\partial \mathbf{N}}{\partial t} = \int_v \frac{\partial n}{\partial t} dV = -\oint n\mathbf{u} \cdot d\mathbf{S} = -\int_v \nabla \cdot (n\mathbf{u}) dV \tag{35}$$

  Esta integral é igual a:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot (n\mathbf{u}) = 0 \tag{36}$$

- Qualquer fonte ou sumidouro de partículas que existir, deverá ser acrescentada no lado direito da equação (13).

Transformação Isotérmica

Tranformação Adiabática

$$p = C\rho^\gamma$$

Onde C é uma constante e γ é a razão entre os calores específicos a pressão e a temperatura constante $\gamma = C_p/C_v$. Se N for o grau de liberdade, então γ é dado por:

$$\gamma = (2 + N)/N \tag{38}$$

A validade da equação de estado requer que o fluxo de calor seja insignificante; Isto é, a condutiidade de calor seja pequena.

Considerando a razão entre o primeiro termo do lado esquerdo com o primeiro termo no lado direito:

$$\left|\frac{mni\omega v_p}{qnv_pB}\right| = \frac{\omega}{\omega_c} \tag{49}$$

Foi considerado $\partial/\partial t = i\omega$. Para derivas lentas comparadas com a escala de tempo de ω_c podemos desprezar o primeiro termo do lado esquerdo. Também podemos desprezar o segundo termo do lado esquerdo. Logo

$$0 = qn[\mathbf{E} \times \mathbf{B} + (\mathbf{v}_p \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}] - \nabla p \times \mathbf{B} \tag{50}$$

portanto

$$\mathbf{v}_p = \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{B^2} - \frac{\nabla p \times \mathbf{B}}{qnB^2} = \mathbf{v}_E + \mathbf{v}_D \tag{51}$$

$\mathbf{v}_E$ deriva, $\mathbf{v}_D$ deriva diamagnética.

Com a equação (3-52) podemos escrever a deriva diamagnética como

$$\mathbf{v}_D = \pm \frac{\gamma K T}{eB} \frac{\mathbf{z} \times \nabla n}{n} \tag{52}$$

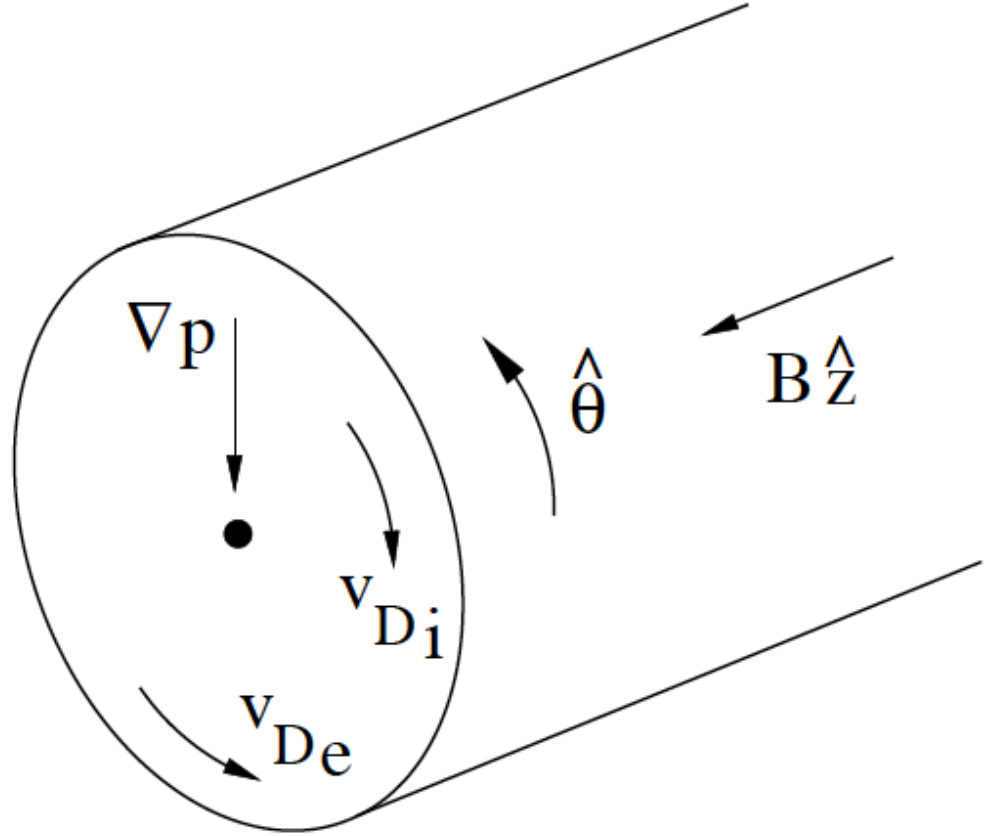
Em particular para um plasma isotérmico in the geometria da figura. Temos a seguinte fórmula para os experimentais que tem trabalhado com Q-machines

$$\mathbf{v}_{Di} = \frac{K T_i}{eB} \frac{n'}{n} \hat{\theta} \tag{53}$$

$$\mathbf{v}_{De} = -\frac{K T_i}{eB} \frac{n'}{n} \hat{\theta} \tag{54}$$

A magnitude de $\mathbf{v}_D$ não depende da massa.

Fig. 3.4 Diamagnetic drifts in a cylindrical plasma



In particular, for an isothermal plasma in the geometry of Fig. 3.4, in which $\nabla n = n' \hat{\mathbf{r}}$, we have the following formulas familiar to experimentalists who have worked with Q-machines[2]:

$$\mathbf{v}_{Di} = \frac{KT_i}{eB} \frac{n'}{n} \hat{\boldsymbol{\theta}} \quad \left(n' \equiv \frac{\partial n}{\partial r} < 0 \right) \tag{3.67}$$

$$\mathbf{v}_{De} = -\frac{KT_e}{eB} \frac{n'}{n} \hat{\boldsymbol{\theta}}$$

The magnitude of $\mathbf{v}_D$ is easily computed from the formula

$$\boxed{v_D = \frac{KT(eV)}{B(T)} \frac{1}{\Lambda} \frac{\mathrm{m}}{\sec}} \tag{3.68}$$

where Λ is the density scale length $|n'/n|$ in m.

Elétrons em equilíbrio Térmico com T uniforme

$$mn\left[\frac{\partial v_z}{\partial t} + (\mathbf{v}\cdot\mathbf{\nabla})v_z\right] = qnE_z - \frac{\partial p}{\partial z}$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} = \frac{q}{m}E_z - \frac{\gamma KT}{mn}\frac{\partial n}{\partial z}$$

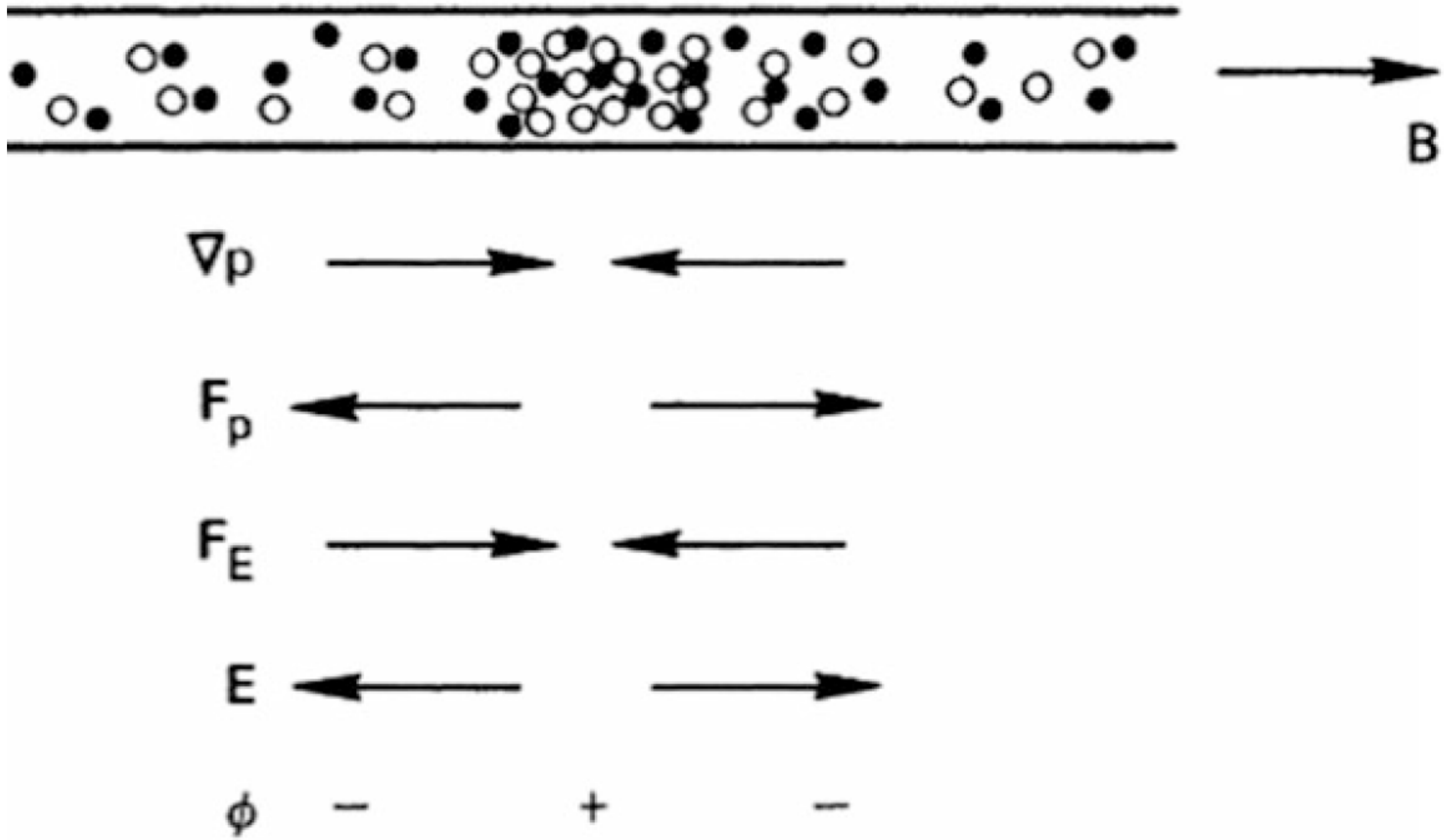
$m \to 0$ $\qquad q = -e$ $\qquad \mathbf{E} = -\nabla\phi$ $\qquad \gamma = 1$

$$qE_z = e\frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{\gamma KT_e}{n}\frac{\partial n}{\partial z}$$

Relação de Boltzmann

$$e\phi = KT_e \ln n + C$$

$$\boxed{n = n_0 \exp\left(e\phi/KT_e\right)}$$



Physical reason for the Boltzmann relation between density and potential

Aproximação de Plasma

Em equilíbrio, $n_i = n_e$ quase neutralidade

Ondas, oscilações: $n_i = n_e$ aproximação de plasma