

Introdução a Física de Plasmas e Fusão Termonuclear Controlada (4300326)  
Instituto de Física - USP.

Estudo dirigido

ONDAS E TURBULÊNCIA EM PLASMAS DE LABORATÓRIO

D. Ciro, Z.O. Guimarães Filho e I.L. Caldas

## Introdução

No estudo experimental de plasmas confinados magneticamente é comum inserir sondas de densidade e fluxo magnético no interior da câmara de confinamento. Tais detectores podem entrar em contato com o plasma ou medir suas condições externas. Normalmente, o resultado da medida é uma sequência de valores adquiridos com uma frequência de amostragem constante. O estudo experimental de ondas e turbulência em plasmas se baseia, em parte, na análise dessas séries temporais.

Este estudo dirigido conduz a uma análise espectral de flutuações medidas no TCABR (do instituto de Física da Universidade de São Paulo) e no Texas Helimak (do Departamento de Física da Universidade de Texas em Austin). As séries temporais a serem analisadas estão disponíveis no site da disciplina.

## Fundamentos básicos

Caracterizar ondas ou estruturas que se propagam uniformemente no espaço é relativamente simples. Sabemos que as ondas se propagam mediante a perturbação de alguma ou várias propriedades físicas, então é necessário possuir algum tipo de medidor da quantidade de interesse. Os detectores normalmente realizam uma medida específica de maneira repetitiva com uma frequência fixa, e numa posição espacial fixa. Tal sequência de medidas é armazenada digitalmente na forma de uma serie temporal. Claramente, a frequência de detecção deve ser maior que a frequência dos fenômenos que desejamos observar.

Se possuímos vários detectores podemos medir as flutuações de uma quantidade física em varias posições espaciais diferentes (fig. 1), e se o meio for aproximadamente linear os sinais medidos em posições distintas serão similares e defasados devido à propagação da onda. Quando os sinais são muito complexos é difícil identificar, claramente, o atraso temporal apenas comparando as séries. Nesse caso, as medidas de correlação, introduzidas no apêndice, são uteis na determinação de tais defasagens. Finalmente, dada a separação espacial dos detectores e as medidas de correlação, é fácil calcular a velocidade de fase e o número de onda das perturbações medidas.

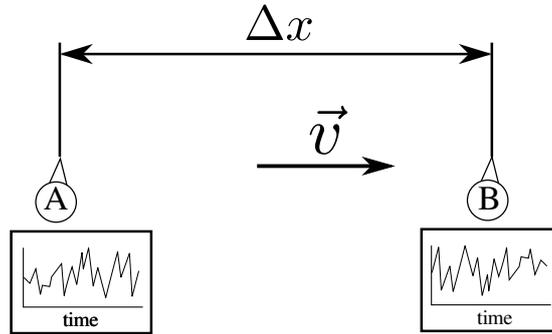


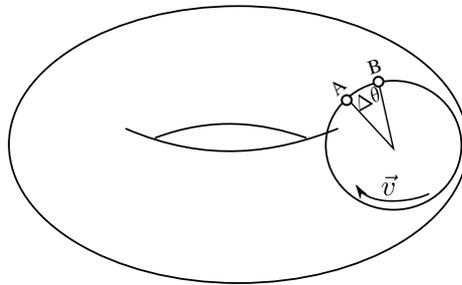
Figura 1: Diagrama da detecção de ondas em duas posições no plasma.

## Análise de sinais experimentais

Forneceremos series temporais experimentais correspondentes às flutuações no fluxo magnético no TCABR<sup>1</sup>, e na densidade eletrônica no Texas-Helimak<sup>2</sup>.

### Ondas no Tokamak TCABR

Providenciaremos duas series temporais correspondentes às medições de fluxo magnético por um par de bobinas de Mirnov separadas poloidalmente por um ângulo  $\Delta\theta = 15^\circ$ . As bobinas estão a distancias iguais de  $r = 19.5\text{cm}$  do eixo magnético, na região externa do plasma.



Neste caso a janela temporal dos sinais é de 10ms.

1. Calcule a resolução temporal (i.e. a frequência de aquisição) dos detectores.
2. Represente graficamente as duas series temporais completas ( $a \times t$ ) e ( $b \times t$ ), assim como uma janela temporal de 1ms, para cada uma das séries.
3. Calcule os valores médios do fluxo medido em cada bobina e o desvio quadrático médio dessas medidas.

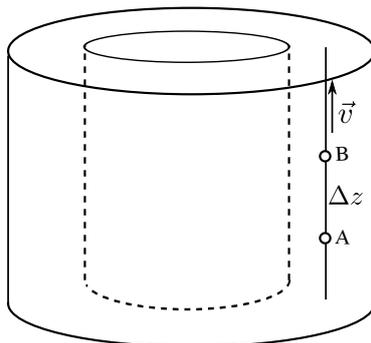
<sup>1</sup>O TCABR é o tokamak do Instituto de Física USP, alguns parâmetros básicos podem ser encontrados no site <http://fap01.if.usp.br/~vannucci/TCABR.html>.

<sup>2</sup>Máquina de confinamento magnético sem sistema de indução, detalhes técnicos em <http://iopscience.iop.org/1009-0630/10/3/03>.

4. Calcule e grafique a correlação cruzada entre os sinais para defasagens  $n$  na janela temporal  $-100\mu s < \tau < 100\mu s$ .
5. Interprete a variação da correlação calculada em função da defasagem  $n$ .
6. Dos resultados anteriores obtenha o atraso temporal, entre os sinais fornecidos, e a velocidade de propagação das perturbações.
7. Calcule a autocorrelação dos sinais e identifique o período das oscilações.
8. Calcule a frequência fundamental dos sinais, a velocidade de propagação e o correspondente número de onda.
9. Mediante o análise espectral de um dos sinais, calcule a frequência média, a velocidade de fase media e o correspondente número de onda médio. Compare com os resultados do item anterior.

## Ondas no Texas Helimak

Providenciaremos duas series temporais correspondentes às medições de densidade de partículas por duas sondas separadas verticalmente por uma distancia  $\Delta z = 1cm$  no interior da câmara de confinamento do helimak. As series de tempo correspondem a uma janela temporal de 20ms.



1. Calcule a resolução temporal dos detectores.
2. Represente graficamente as duas séries temporais completas,  $(a \times t)$  e  $(b \times t)$ , e uma janela temporal de 1ms, para cada serie.
3. Calcule os valores médios da densidade medidos em cada detetor e o desvio quadrático médio dessas medidas.
4. Calcule e grafique a correlação cruzada entre os sinais para defasagens  $n$  na janela temporal  $-200\mu s < \tau < 200\mu s$ .
5. Interprete a variação da correlação em função da defasagem  $n$ .
6. Calcule a velocidade de propagação da perturbação presente no plasma.
7. Mediante o análise espectral dos sinais, calcule a frequência media e o correspondente número de onda médio.

8. Discuta as diferenças qualitativas entre as funções de correlação obtidas para o helimak e o tokamak, assim como os espectros de potência. Interprete os resultados em termos de periodicidade e regularidade.

## Apêndice: Medidas e Correlação

Dadas duas sequências de valores ou séries temporais,  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_N\} = \{a_i\}$  e  $B = \{b_1, b_2, \dots, b_N\} = \{b_j\}$ , definimos o *valor médio*, a *flutuação* e o *desvio quadrático medio*, como

$$\bar{a} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N a_i \quad (1)$$

$$\tilde{a}_i = a_i - \bar{a} \quad (2)$$

$$\sigma_A^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \tilde{a}_i^2 \quad (3)$$

Com definições análogas para  $\bar{b}$ ,  $\tilde{b}_j$  e  $\sigma_B$ .

A *correlação cruzada* com defasagem  $n$  destas séries é definida como

$$C_{AB}(n) \equiv \sum_{m=1}^M \frac{\tilde{a}_m \tilde{b}_{m+n}}{M \sigma_A \sigma_B}. \quad (4)$$

com  $M = N - n$  para defasagens positivas. A soma deve ser redefinida para defasagens negativas começando no índice da defasagem. Isto pode ser melhor entendido no diagrama da fig.2

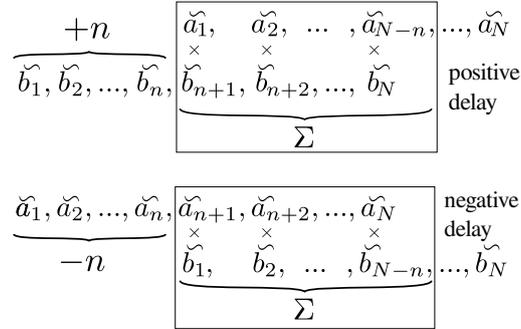


Figura 2: Elementos envolvidos no calculo da correlação cruzada.

Esta definição de correlação cruzada é uma versão real e discreta da definição integral válida para funções complexas e contínuas dependentes do tempo.

O conjunto  $C_{AB}(n)$ ,  $-r < n < r$ , é também uma série temporal cujos elementos mostram o grau de similaridade entre as series  $A$  e  $B$  após uma determinada defasagem. Claramente, se as séries  $A$  e  $B$  são similares após uma defasagem  $n$ , os elementos da soma (4) serão na maioria positivos, maximizando o valor final da soma. Os máximos da serie  $C_{AB}$  indicam então as defasagens para as quais um sinal fica parecido com o outro.

A *autocorrelação*, como o nome sugere, é a correlação cruzada de uma série temporal *com ela mesma*, por exemplo  $C_{AA}$ . A autocorrelação é útil na identificação e caracterização da periodicidade de um determinado sinal. Obviamente, a autocorrelação de defasagem *zero* deve ser máxima para qualquer série. Em um sinal periódico a série  $C_{AA}$  deve apresentar máximos para as defasagens múltiplas do período do sinal. Para um sinal totalmente aperiódico a série  $C_{AA}$  apresenta uma forma gaussiana centrada no elemento de defasagem zero.