

# 4300417 Introdução aos Fenômenos Não-Lineares em Física

Primeiro Semestre de 2012

## 1º Exercício Programa

Data limite para entrega: 30/03/2012.

### I. Mapa Logístico (Unidimensional)

A equação do mapa logístico é dada por:

$$x_{n+1} = \alpha x_n (1 - x_n)$$

onde  $\alpha$  é o parâmetro de controle e o índice  $n$  marca o número da iteração.

1. Obtenha, para a condição inicial  $x_0 = 0,25$ , as series temporais ( $x_{n+1}$  x  $n$ ). Verifique se essas séries são periódicas ou caóticas para os seguintes parâmetros de controle:

- a)  $\alpha = 3.2$
- b)  $\alpha = 3.8$

2. Despreze os transientes nas series do exercício anterior e determine os atratores para os dois parâmetros  $\alpha$ , marcando no eixo  $x$  os valores de  $x_{n+1}$  para cada um desses atratores.

3. Itere o sistema a partir das condições iniciais próximas  $x_0 = 0.300000$  e  $x_0 = 0.300005$ , para  $\alpha = 3.2$  e para  $\alpha = 3.8$ . Para cada  $\alpha$ , faça uma figura com  $x_{n+1}$  x  $n$  para as duas condições iniciais e indique se há sensibilidade às condições iniciais.

4. Construa o diagrama de bifurcação no intervalo do parâmetro  $\alpha$  [0:4]. Refaça os diagramas para os intervalos [3,43:3,80] e [3,737:3,746]. Indique, nesses diagramas, a presença de janelas periódicas.

### II. Mapa de Hénon (bidimensional)

O mapa de Hénon dissipativo é dado pelas equações:

$$\begin{aligned}x_{n+1} &= a - x_n^2 + by_n \\ y_{n+1} &= x_n\end{aligned}$$

1. Para a condição inicial  $(x_0, y_0) = (0.50000, 0.50000)$ , obtenha após o transiente as séries temporais para os seguintes parâmetros:

a)  $a = 0.4$  e  $b = 0.4$

b)  $a = 1.2$  e  $b = 0.4$

2. Para a condição inicial  $(x_0, y_0) = (0,0)$ , calcule o atrator (x vs y) do mapa de Hénon para  $b = 0.4$  e para cada  $a$  abaixo. Indique o período do atrator periódico.

a)  $a = 0.9$

b)  $a = 1.045$

c)  $a = 1.2$

3. Para os parâmetros do item 1, imprima as séries temporais do sistema, a partir das condições iniciais  $(x_0, y_0) = (0.50000, 0.50000)$  e  $(x_0, y_0) = (0.50000, 0.50001)$ , e verifique a sensibilidade às condições iniciais.

4. Construa o diagrama de bifurcação do mapa de Hénon no intervalo de parâmetros  $0 < a < 1.25$  e  $b = 0.4$ . Amplie a região caótica.