4300417 Introdução aos Fenômenos Não-Lineares em Física

2°Exercício Programa Data limite para entrega: 11/05/2012

I. Mapa de Ikeda (bidimensional)

O mapa de Ikeda é dado pela equação:

$$z_{n+1} = f_r(z_n)$$

onde,

$$f_r(z) = r + 0.9z \exp\left[i\left(0.4 - \frac{a}{1+|z|^2}\right)\right] \text{ com } z \in C \; .$$

1. Sabendo que $z = x + iy$ e $e^{i\alpha} = \cos\alpha + isen\,\alpha$ Deixe o MAPA de Ikeda nas variáveis X e Y, ou seja: **(1.0)**

$$X_{n+1} = g_r(X, Y)$$
$$Y_{n+1} = h(X, Y) \; .$$

2. Para observar a rota para o caos através de intermitência, construa após o transiente as séries temporais (y_{n+1} x n) do mapa de Ikeda com $r = 0.84$ com os parâmetros $a = 7.10$; $a = 7.25$ e $a = 7.30$. **(1.0)**

Observe o surgimento e o aumento de bursts (estouros), com a variação de a , que antecede o comportamento caótico.

3. Construa o diagrama de bifurcação da variável x_{n+1} para o mapa de Ikeda com $r = 0.84$ e com o parâmetro a variando no intervalo [6:7,6]. **(1.5)**

4. Construa o atrator (x vs y) de Ikeda com $r = 0.84$, para o parâmetro $a = 7.25$ e para a condição inicial $(x_0, y_0) = (0{,}0)$. **(1.0)**

5. Para o mapa de Ikeda com $a = 6$ e com os seguintes valores do parâmetro: $r = 1.003$, $r = 1.005$ e $r = 1.007$, obtenha o espaço de fases x x y para cada valor de r identificando após um transiente os pontos fixos atrativos do mapa. **(1.5)**

- Neste caso, plote o transiente e verifique que após um determinado número de iterações, as condições iniciais saem do antigo atrator caótico (veja item 3) e seguem para um ponto fixo atrativo.

II. Sistema de Lorenz (fluxo)

O sistema de Lorenz é dado pelas equações:

$$\dot{x} = -\sigma x + \sigma y$$
$$\dot{y} = -xz + rx - y$$
$$\dot{z} = xy - bz$$

Onde σ, b e r são parâmetros de controle do sistema. Para a integração deste sistema utilize, por exemplo, o método de Runge-Kutta de quarta ordem.

1. Obtenha a projeção (x vs z) do atrator caótico de Lorenz fixando os parâmetros $\sigma = 10$, $b = 8/3$ e $r = 25$. **(1.5)**

2. Dada duas condições iniciais próximas $(x_0, y_0, z_0) = (0,\ 1.000,\ 0)$ e $(x_0, y_0, z_0) = (0,\ 1.001,\ 0)$, verifique a sensibilidade às condições iniciais, através da série temporal da coordenada z. (**1.0)**

3. Construa o diagrama de bifurcação da variável $Z_{máx}$ para $\sigma = 10$., $b = 8/3$ e r variando no intervalo [25;325]. **(1.5)**

Para realizar o diagrama é preciso recolher, depois de um certo transiente, o valor máximo de Z para cada ciclo.