

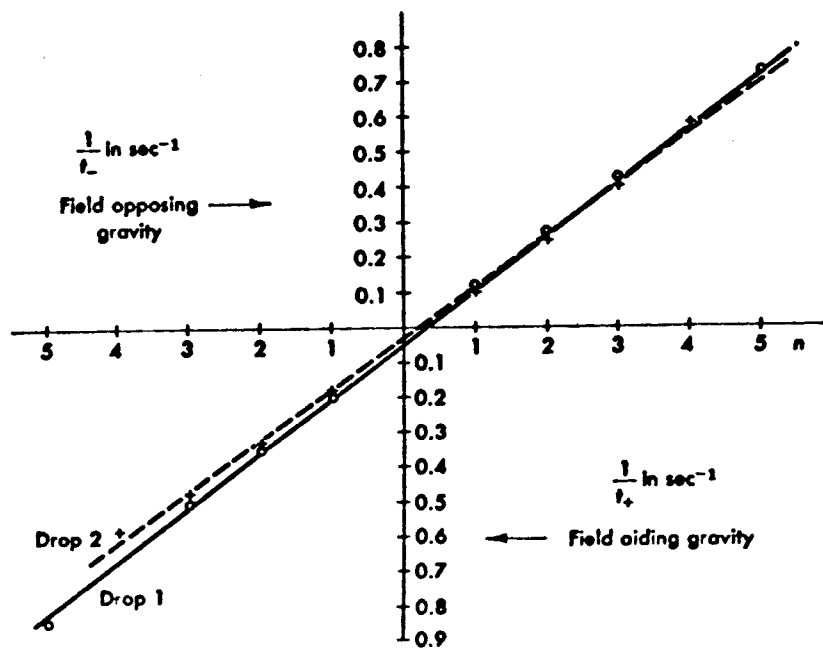
UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO



Laboratório de Estrutura da Matéria

Física 5 – 4300313

Millikan



8 - EXPERIÊNCIA DE MILLIKAN

Objetivos:

- Verificar a natureza quântica da carga elétrica;
- Determinar a carga do elétron;
- Analisar o método de medida;
- Identificar os fatores experimentais que interferem na experiência.

Material Disponível:

- Analisar o método de medida;
- Suporte tripé com condensador de placas paralelas, fonte de luz, microscópio e chave inversora;
- Fonte de tensão contínua;
- Voltímetro;
- Cronômetro;
- Paquímetro;
- Nebulizador com óleo;
- Nível de bolha;
- Escala graduada para calibração da escala na ocular.

Introdução:

Devido à importância histórica desse experimento, é de interesse para o aluno ler com atenção a descrição circunstanciada dos fatos (1) e das personalidades envolvidas. A verificação experimental da natureza quântica da carga elétrica, bem como a determinação do seu valor mínimo, é de realização conceitualmente simples. Quando efetuada pela primeira vez, em 1910, por Fletcher e Millikan, causou um impacto sobre os conceitos até então vigentes em física atômica a ponto de render a Millikan o prêmio Nobel (2). Logo a seguir, foram publicados mais quatro trabalhos discutindo diversos aspectos sobre a mesma série de experimentos (3-6). Para um estudo dos fundamentos teóricos dessa experiência, o aluno deverá selecionar textos da literatura, entre os quais citamos algumas referências (7-10). Algumas discussões e relatos de experimentos específicos, ainda relacionados com o mesmo assunto, foram publicados em artigos recentes

(11-15) mostrando que sempre é possível desenvolver aspectos ainda inexplorados em uma questão qualquer. A criatividade não tem limites.

A experiência consiste em determinar a carga elétrica de uma gota de óleo eletrizada, medindo seu movimento de descida e de subida entre as placas de um condensador posicionado horizontalmente. Em primeiro lugar, vamos desenvolver um método para determinar o raio da gota a partir de medidas dos tempos de descida t_d e de subida t_s decorridos para percorrer uma trajetória delimitada por dois traços de referência, previamente escolhidos. Deve-se utilizar um mesmo potencial, tanto para a descida como para a subida da gota, cujo valor seja tal que os tempos medidos sejam da ordem de 10 segundos. Fica a cargo do estudante fazer um esboço de todas as forças envolvidas (assumindo que a gota se movimenta em equilíbrio dinâmico) e escrever a equação do movimento. A partir das equações de movimento e utilizando a correção no coeficiente de viscosidade do ar (vide Apêndice B), mostrar que o raio da gota é dado pela relação:

$$a = -\frac{b}{2p} + \sqrt{\frac{b^2}{4p^2} + \frac{9\eta_0(v_d - v_s)}{4g(\rho - \rho_{ar})}} \quad (1)$$

onde:

a = raio da gota;

b = constante = $6,17 \times 10^{-4}$ (cm de Hg).cm;

p = pressão atmosférica;

η = coeficiente de viscosidade à temperatura ambiente (vide Apêndice B);

ρ = densidade do óleo;

ρ_{ar} = densidade do ar;

g = aceleração da gravidade;

v_d = velocidade da descida da gota;

v_s = velocidade da subida da gota.

Mostrar, também, que a carga elétrica da gota é dada pela expressão:

$$q = \frac{3\pi\eta ad}{V}(v_s - v_d) \quad (2)$$

onde:

V = potencial aplicado às placas do condensador;

d = distância entre as placas do condensador; e:

$$\eta = \eta_0 \left(1 + \frac{b}{pa}\right)^{-1} \quad (\text{vide Apêndice B})$$

As velocidades v_d e v_s devem ser obtidas utilizando dez vezes a expressão $v = l/t$, calculando-se em seguida o valor médio $\langle v \rangle$ e o desvio padrão da média $\sigma_{\langle v \rangle}$. Não confundir $\sigma_{\langle v \rangle}$ com o desvio padrão das velocidades (σ_v)!

Procedimento Experimental:

O movimento das gotas de óleo será observado para se medir as velocidades de descida e de subida entre as placas de um condensador (com campo elétrico produzido por uma diferença de potencial V). As gotículas são iluminadas e observadas através de um microscópio posicionado na horizontal. O condensador está adaptado a um tripé em conjunto com o microscópio e uma fonte de luz como mostra a figura.

As expressões (1) e (2) contêm os parâmetros a serem medidos para calcular a carga q .

Partículas que se movimentam em meio líquido ou gasoso estão sempre sofrendo choques de moléculas do meio. Devido à existência de flutuações na densidade do fluido, as partículas pequenas ($a \approx 10^{-5}$ cm) ficam sujeitas a um movimento aleatório que acarreta uma incerteza na sua posição. Este efeito, que é uma consequência da natureza atômica da matéria, é o chamado movimento browniano. Demonstra-se (16) que o quadrado da incerteza na posição da partícula é proporcional ao tempo de observação e inversamente proporcional ao raio a :

$$\langle \Delta x^2 \rangle \propto \frac{\Delta t}{a} \quad (3)$$

onde:

Δx = deslocamento da partícula devido ao movimento browniano ou desvio na posição da partícula;

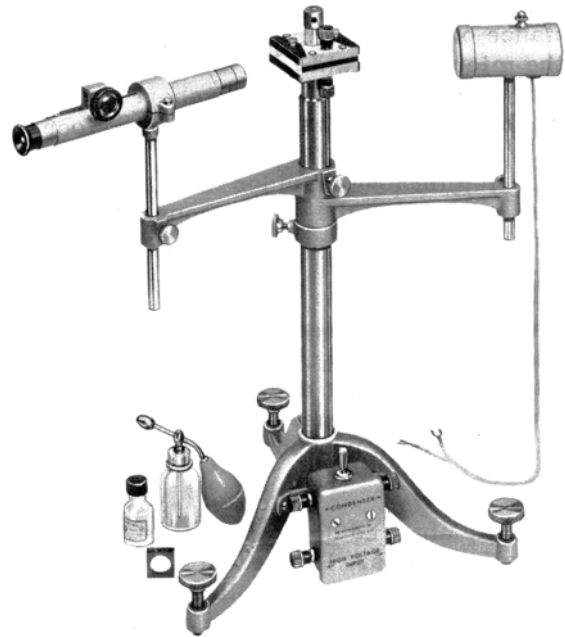
Δt = tempo de observação; e:

$\langle \Delta x^2 \rangle$ = desvio quadrático médio da posição x .

Podemos afirmar, então, que a incerteza da posição prevista da gota é tão maior quanto maior for o tempo t de descida ou de subida ou quanto menor for o seu raio a . Por outro lado, se $t \leq 5$ s, o erro introduzido nas medidas de tempo, devido à variação do tempo de reflexo do operador, passará a predominar nos resultados.

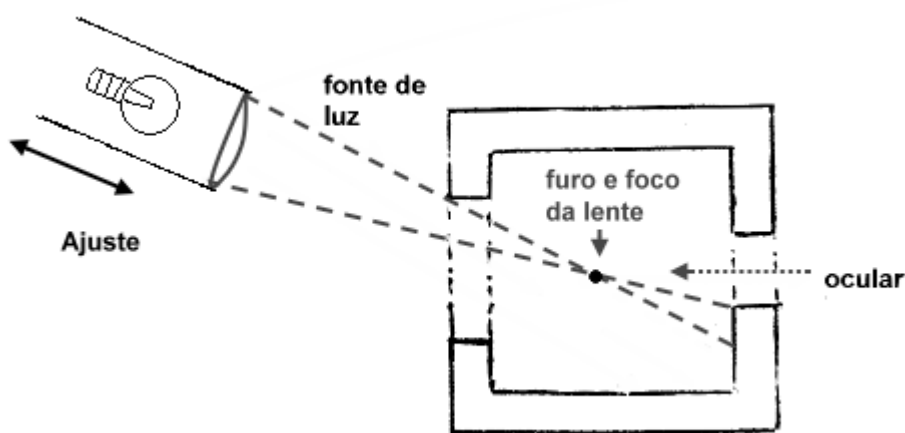
Em um artigo recente (11), a análise deste problema levou à representação gráfica de $\sigma_q/q \times t$ que passa por um mínimo para $t \approx 10$ s. É conveniente, então, a escolha do potencial V tal que 5 s $\leq (t_s$ e $t_d) \leq 30$ s para que se obtenha $\sigma_q/q \leq 0,10$ (na melhor das hipóteses, espera-se obter $\sigma_q/q = 0,05$).

O condensador contém, na placa superior, orifícios por onde devem entrar as gotículas de óleo. Ele deve ser bem limpo e os orifícios desimpedidos. Se você tiver dificuldade em observar a gota, evite



nebulizar em excesso, pois só irá contribuir para obstruir os orifícios. Ao lidar com o nebulizador, observe atentamente o processo que se desenvolve em seu interior e procure explicar o princípio de seu funcionamento, é muito interessante.

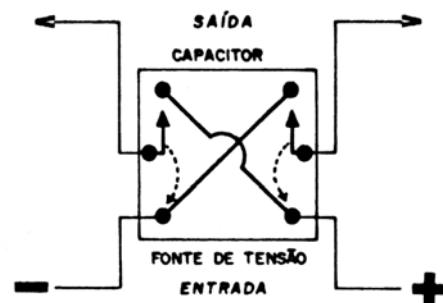
Certifique-se de que as placas do condensador estão bem niveladas. Ao determinar a distância entre as placas lembre-se de efetuar várias medidas em lugares diferentes. As direções de iluminação e de observação através do microscópio devem ser ajustadas de modo a conseguir a visualização de uma nuvem de gotículas quando se aciona o nebulizador. Estas direções são bastante críticas e importantes para a realização de medidas. A operação de ajustar a iluminação, na qual se deve adquirir um certo treino, é a primeira que deve ser feita. Note que o condensador é fechado lateralmente e possui duas janelas opostas de tamanhos diferentes que permitirão a observação e a entrada de luz. As duas situações possíveis de montagem estão esquematizadas abaixo. Para se obter o posicionamento inicial do foco do microscópio coloca-se, através de um dos orifícios do condensador, um fio que deverá ser iluminado e observado. Uma situação de iluminação favorável à posterior observação das gotículas é aquela em que o fio aparece com contorno bem brilhante num fundo acinzentado. Conseguida essa situação, experimente injetar as gotas e melhorar o ajuste. Não se esqueça de retirar o fio antes de ligar o circuito.



A diferença de potencial no condensador será medida por um voltímetro ligado convenientemente à saída da fonte de tensão. Uma chave inversora (que permite alterar a polaridade das placas) estabelecerá a ligação entre a saída da fonte e o condensador. Uma terceira posição da chave, a do meio, não foi indicada na figura por simplicidade, e corresponde à interrupção do fornecimento de tensão às placas, ao mesmo tempo em que são ligadas em curto-circuito para que não permaneça qualquer carga residual, o que poderia falsear as medidas efetuadas durante a queda livre da gota.

Na figura ao lado está representada esquematicamente uma chave inversora de voltagem em configuração clássica.

O valor da diferença de potencial pode ser fixo em um valor localizado entre 100 e 300 V escolhido de tal modo que $5s < t_s, t_d < 30s$. Estabeleça uma diferença de potencial no condensador e observe o movimento das gotículas. A maior parte delas, eletrizadas pelo atrito do óleo com o vidro do nebulizador, tem carga negativa.



A calibração da escala da ocular é feita por comparação com uma escala padrão que se coloca sobre o condensador. Observe essa escala através do microscópio e superponha a sua imagem com a escala da ocular. Faça um gráfico representando os valores da escala da ocular nas abscissas e os da escala padrão nas ordenadas. Você espera obter uma reta nesse gráfico? Por quê?

A medida da temperatura será lida em um termômetro localizado na sala de aula. Esse procedimento poderá introduzir erros nos parâmetros que dependem da temperatura. Lembre-se de que as gotículas são fortemente iluminadas e de que a absorção da luz no interior do condensador certamente irá acarretar um aquecimento (efeito estufa). Procure, de algum modo, minimizar esse problema.

Análise do procedimento e escolha da gota:

Em primeiro lugar, convém exercitar a viabilidade de se determinar com presteza os valores aproximados do raio a e da carga q da gota. A partir da expressão (1), com $v_c = l_c/t_c$ onde v_c , l_c e t_c são, respectivamente, a velocidade, o percurso e o tempo de queda livre ($V = 0$) (fazendo-se $l_c=1\text{mm}$, por exemplo) pode-se construir um gráfico de $a \times t_c$ em papel di-log, ou então aproveitar o Gráfico 1 do Apêndice A. Em geral como é mais provável encontrar as menores cargas nas menores gotas, o valor de t_c poderá ser muito maior do que 30s para $l_c = 1 \text{ mm}$. É recomendável, então, escolher um valor conveniente de l_c para evitar tempos de queda longos demais. A velocidade terminal é atingida em cerca de 10^{-6} s, pelo que a consideramos constante, bastando usar uma regra de três simples antes de usar o gráfico.

O gráfico II do Apêndice A foi construído a partir da expressão (2) com a suposição de que a carga total da gota é um múltiplo do valor da carga elementar. A partir do conhecimento dos tempos de subida e de queda da tensão aplicada entre as placas pode-se estimar o número de cargas elementares contidas na gota. Os gráficos I e II devem ser considerados apenas como auxiliares para a seleção da gota. Os valores de a e q deverão ser posteriormente calculados, utilizando todos os parâmetros, cuidadosamente determinados e com os respectivos erros avaliados. As condições de pressão e temperatura deverão ser medidas no início e no final da experiência.

A densidade ρ do óleo já foi previamente determinada e o seu valor está afixado em um lugar visível da sala. Os valores da densidade do ar em função da temperatura também estão afixados. A correção para o coeficiente de viscosidade η e o gráfico de η_0 (em unidades cgs, onde a unidade chama-se Poise) em função da temperatura aparecem no Apêndice B. Como estamos trabalhando no sistema cgs, convém lembrar que $1 \text{ volt} = 1/300 \text{ statvolt}$.

Discuta com o seu professor sobre os efeitos de fatores secundários que podem introduzir erros sistemáticos nas medidas e procure a melhor forma de controlá-los.

Verificação da natureza quântica da carga elétrica:

Para se obter a carga do elétron é preciso, antes de mais nada, acreditar na sua existência. Convém, portanto, mostrar que a carga q da gota é um múltiplo inteiro de uma carga elementar e, cujo valor

pretendemos medir. Essa verificação só é possível através da análise estatística de um número suficientemente grande de dados experimentais. Faça um histograma da frequência de valores de q nos intervalos dos valores de carga convenientemente espaçados no eixo das abscissas, utilizando o total de dados levantados pela sua classe. Cada grupo deve tentar obter o máximo número de valores de cargas tais que $q_{max}/q_{min} < 10$. Faça uma análise desse histograma concluindo se foi possível ou não provar a quantização da carga.

Determinação da carga do elétron:

Escolha os valores de uma das gotas estudadas pelo seu grupo (de preferência, com o mínimo número de elétrons). Calcule o valor de q baseado nas expressões (1) e (2) e calcule σ_q usando a teoria da propagação de erros. Apresente esses cálculos explicitamente no seu relatório. Compare este resultado com o valor de e do elétron obtido a partir da média dos resultados de todas as cargas $e = q/n$ medidas pelo seu grupo e determine o respectivo desvio padrão. Observe que para as cargas maiores fica cada vez mais difícil definir com segurança o número de elétrons. Compare também esses resultados com o valor de e hoje aceito.

BIBLIOGRAFIA

- (1) H. Fletcher, "My work with Millikan on the oil-drop experiment", *Physics Today*, June 1982, p. 43 (publicação póstuma).
- (2) R.A. Millikan, "The isolation of an ion, a precision measurement of its charge, and the correction of Stoke's Law", *Science*, 30, September 1910.
- (3) R.A. Millikan & H. Fletcher, "Causes of apparent discrepancies and recent work on the elementary electrical charge", *Phys. Z.*, January 1911.
- (4) H. Fletcher, "Some contributions to the theory of Brownian movements, with experimental applications", *Phys. Z.*, January 1911.
- (5) R.A. Millikan & H. Fletcher, "The question of valency in gaseous ionization", *Phil. Mag.*, June 1911.
- (6) H. Fletcher, "A verification of the theory of Brownian movements and a direct determination of the value for gaseous ionization", *Phys. Rev.*, August 1911, and *Le radium*, 1 July 1911.
- (7) Melissinos, "Experiments in Modern Physics".
- (8) Harnwell & Livingood, "Experimental Atomic Physics".
- (9) R.A. Millikan, "Electrons (positive and negative)".
- (10) Enge, Vehr & Richards, "Introduction to Atomic Physics".
- (11) J.I. Kapusta, "Best measuring time for a Millikan oil drop experiment", *American Journal of Physics*, 43 [91], 799 (1975).
- (12) C.N. Wall & F.E. Christensen, "Dual-purpose Millikan experiment with polystyrene spheres", *American Journal of Physics* 43 [51], 408 (1975).
- (13) S. La Rue, J.D. Philips & W.H. Fairbank, "Observation of fractional charge of $(1/3)e$ on matter". *Phys. Rev. Letters* 46 [15], 967 (1981).
- (14) W.H. Fairbank, Jr. & S. Franklin, "Did Millikan observe fractional charges on oil drops?", *American Journal of Physics*, 50 [51], 394 (1982).
- (15) Y.W. Kim & P.D. Fedele, "Evidence for failure of Millikan's law of particle fall in gases". *Phys. Rev. Letters*, 48 [61], 403 (1982).
- (16) Apostila do Laboratório de Estrutura da Matéria e Física Moderna (2º semestre "Movimento Browniano") e referências internas.
- (17) Helene, O.A.H. & Vanin, V.R., "Tratamento estatístico de dados em Física Experimental".

APÊNDICE A

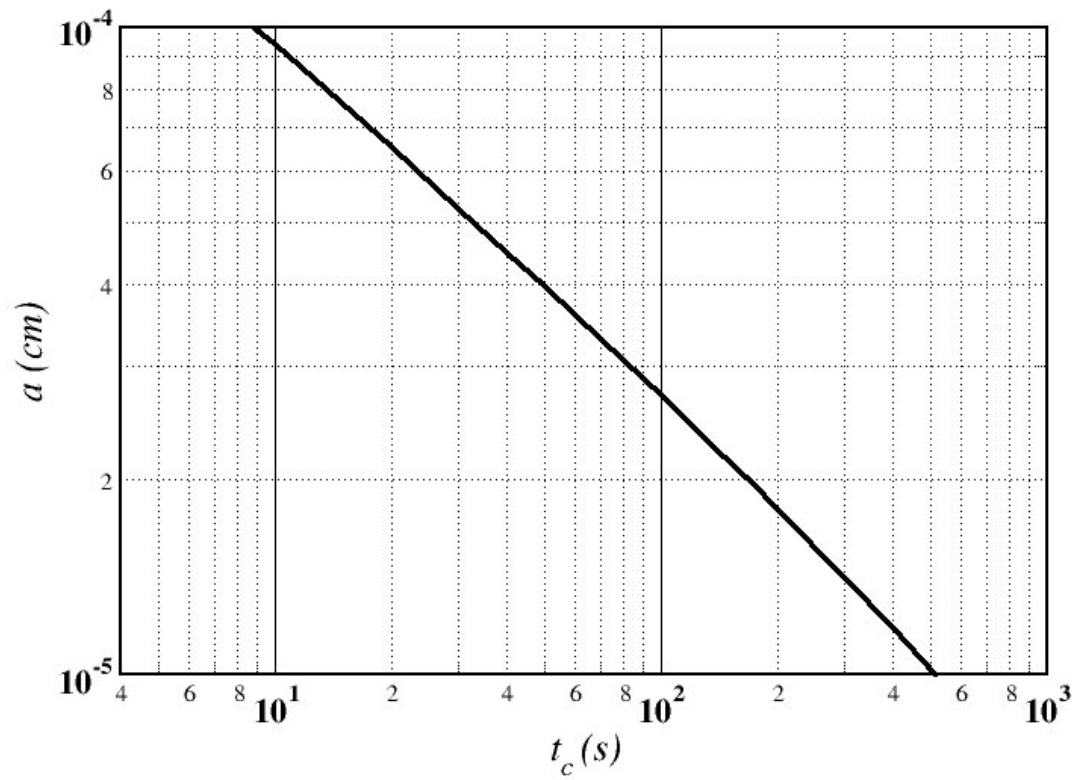


Gráfico 1. Estimativa do raio da gota a em função do tempo de queda livre t_c para um espaço percorrido de $l_c=0.1\text{cm}$ ($p=70.5\text{ cm Hg}$; $T\approx 25^\circ\text{C}$).

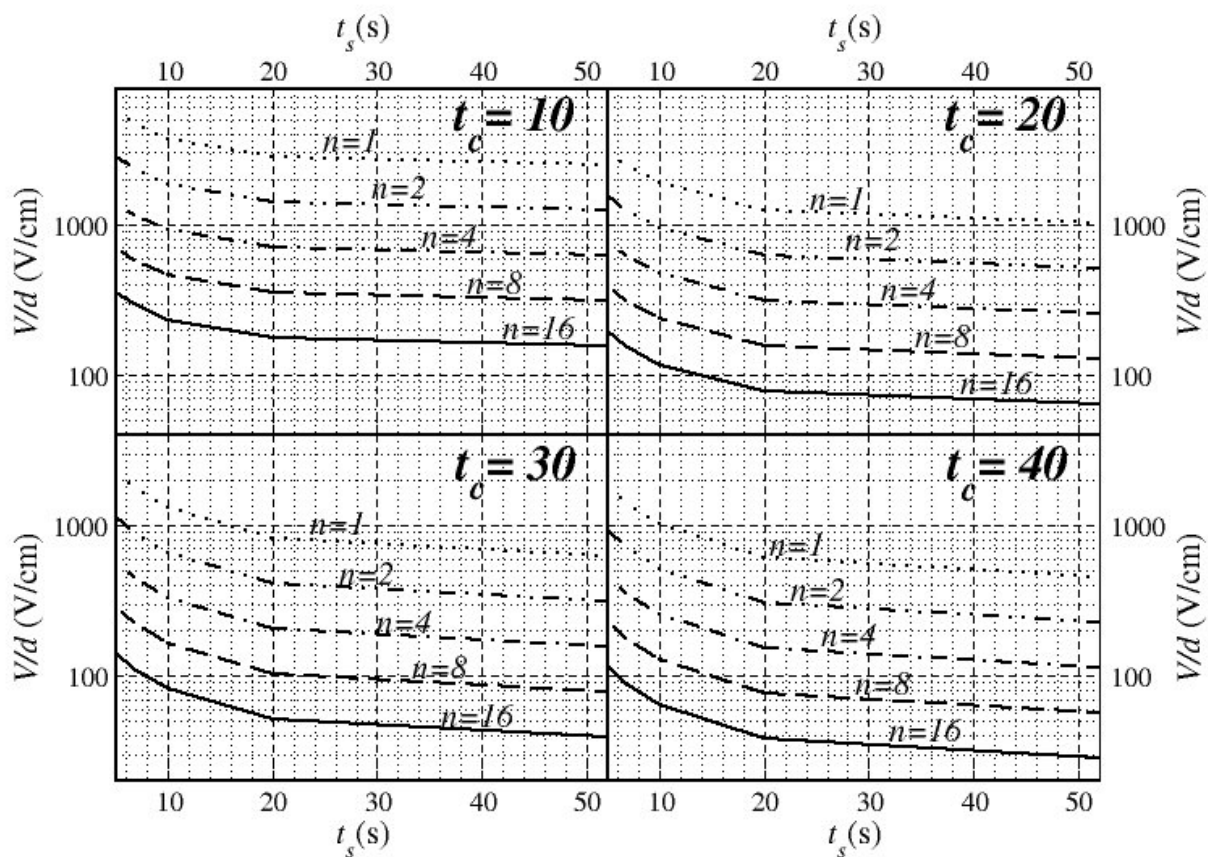


Gráfico 2. Estimativa da tensão aplicada ao condensador dividida pela distância entre as placas: V/d , em função do tempo de subida t_s para diferentes valores de tempo de queda livre t_c e da carga $q=ne$ (nas mesmas condições do Gráfico 1).

APÊNDICE B

CORREÇÃO PARA O VALOR DA VISCOSIDADE DO AR η

Tendo em vista que o diâmetro das gotículas de óleo é comparável com seu caminho livre médio no ar, não se pode desprezar a não homogeneidade do fluido. Desta maneira requer-se efetuar uma correção no coeficiente de viscosidade do ar:

$$\eta = \eta_0 \left(1 + \frac{b}{pa} \right)^{-1}$$

onde:

p = pressão atmosférica.

η = coeficiente de viscosidade á temperatura ambiente.

$b = 6,17 \times 10^{-4}$ (cm de Hg) cm, quando a pressão for medida em cm de Hg.

Esta correção na viscosidade implica em correção no raio da gota a ser utilizado para determinação da carga q . Os valores de η_0 em função da temperatura estão representados no gráfico abaixo.

