


# ISAAC NEWTON (1642 – 1727)

- Autor do *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica* (1686/7).
- Autor das leis conhecidas atualmente como **3 Leis de Newton**.
- Conhecia os trabalhos de Kepler, Galileu, Copérnico e Descartes.
- Newton acreditava na existência de átomos e do espaço vazio. Por isso, a posição de Descartes era sua principal adversária.





- Em 1665, graduou-se como bacharel na Universidade de Cambridge.

- Em seguida, volta para sua cidade natal devido a uma terrível peste que atacou Londres, matando um grande número de pessoas.

- Newton passa os dois anos seguintes na fazenda de sua família. Assim, em 1666, aos 24 anos, ele já havia desenvolvido (de acordo com vários historiadores):

1-) seu teorema do binômio;

2-) sua fórmula de interpolação;

3-) um esboço medianamente completo do cálculo de fluxões, que viria a ser o cálculo infinitesimal (cálculo diferencial e integral);

4-) pesquisas sobre a natureza da luz (decomposição da luz branca);

5-) uma formulação provisória de sua teoria da gravitação, pelo menos como uma hipótese de trabalho razoável.

- Nos anos seguintes, Newton dedicou-se ao aprofundamento de seu conhecimento em cada uma dessas áreas.
- Após 20 anos, Newton publica sua obra máxima, o *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* (1686/7).
- Essa obra marcou profundamente toda a física que foi construída nos dois séculos seguintes.
- Segundo Einstein:

“A importância dos trabalhos de Newton consiste principalmente na criação e na organização de uma base utilizável, lógica e satisfatória para a mecânica propriamente dita. Mas estes trabalhos permanecem até o fim do século XIX o programa fundamental de cada pesquisador, no domínio da física teórica. Todo acontecimento físico deve ser traduzido em termos de massa, e estes termos são redutíveis às leis do movimento de Newton.”

# OS “PRINCIPIA” DE NEWTON


- **Livro 1:** leis gerais do movimento dos corpos sujeitos à ação de forças centrais. Aborda o movimento de um ou dois corpos no vazio e o problema de três corpos.

(Problema de três corpos foi mal resolvido por Newton. Não é tão simples quanto parece. Em 1885, Poincaré mostra que o problema de três corpos pode apresentar caos.)

- **Livro 2:** estudo do movimento nos meios resistivos; dependência da resistência com a velocidade; fundamentos da hidrostática e corpos flutuantes; movimento do pêndulo (fundamental para a compreensão de forças centrais e, conseqüentemente, do movimento dos planetas ao redor do Sol); movimento de líquidos em tubos e movimento de projéteis.

- **Livro 3:** o sistema de mundo, ou seja, o movimento dos planetas, o movimento da Lua e suas anomalias, a aceleração da força gravitacional, o problema das marés, etc.

- Segundo Newton, corpos lançados no ar não sofrem nenhuma resistência além do ar. Retirando-se o ar (vácuo), a resistência cessa e nesse vazio todos os corpos descem com a mesma velocidade.
- Ele aplicava o mesmo argumento aos espaços celestiais (acima da atmosfera da Terra). Dessa forma, os planetas e cometas prosseguem constantemente suas revoluções em órbitas dadas em espécie e posição, de acordo com as leis da gravitação.
- Newton relacionava a força da gravidade com a massa dos corpos e afirmava que essa força se propaga em todos os lados a imensas distâncias, decrescendo sempre com o quadrado das distâncias. Ele também percebeu que a força gravitacional agia como se toda a massa dos corpos estivesse concentrada em seu centro.

- 
- Newton não sabia qual era a causa da gravidade. Mas ele acreditava que o sistema solar, os planetas e cometas só poderiam proceder do "conselho e domínio de um Ser inteligente e poderoso" que governa todas as coisas.
  - Os Principia de Newton marcaram a vitória do paradigma iniciado com o De revolutionibus de Copérnico.
  - Porém, mesmo após a publicação dos Principia, houve forte oposição à nova ciência e à proposição gravitacional de Newton, ou seja, à ideia de uma força de atração que atua à distância, sem que os corpos materiais entrem em contato.

# AS TRÊS LEIS DE NEWTON

- Nos Principia, Newton apresenta os princípios fundamentais da dinâmica, que hoje são conhecidos como as Três Leis de Newton:
- 1ª Lei de Newton (Lei da Inércia): Todo corpo persiste em seu estado de repouso ou de movimento retilíneo uniforme, a menos que seja compelido a modificar esse estado pela ação de forças impressas sobre ele.
- 2ª Lei de Newton (Relação entre força e momento linear): A variação temporal do momento linear é proporcional à força impressa (força resultante sobre o corpo) e tem a direção e o sentido da força. Isso significa que força e momento são grandezas vetoriais, isto é, possuem módulo, direção e sentido.

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \Rightarrow \vec{F} = m\vec{a} \text{ (quando a massa do corpo é constante)}$$

- 3ª Lei de Newton (Ação e reação): A toda ação corresponde uma reação igual e contrária. As ações mútuas de dois corpos um sobre o outro são sempre iguais em módulo e dirigidas em sentidos opostos.

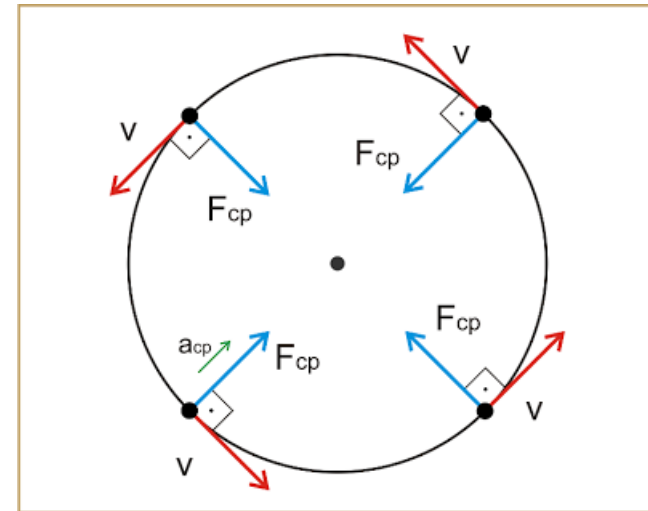
# FORÇA CENTRAL E 2ª LEI DE KEPLER

- A partir das duas primeiras leis de Kepler (Lei das Órbitas e Lei das Áreas), Newton intuiu que o Sol deveria ser responsável por algum tipo de ação mais direta sobre os planetas.
- Pela 1ª Lei de Kepler, os planetas moviam-se em órbitas elípticas. Isso significava, utilizando a 1ª Lei de Newton, que alguma força era aplicada sobre o planeta para desviá-lo da reta.
- Logo, os planetas estavam sendo continuamente acelerados. Pela 2ª Lei de Newton, deveria haver uma força na direção da aceleração. Mas qual seria esta força?



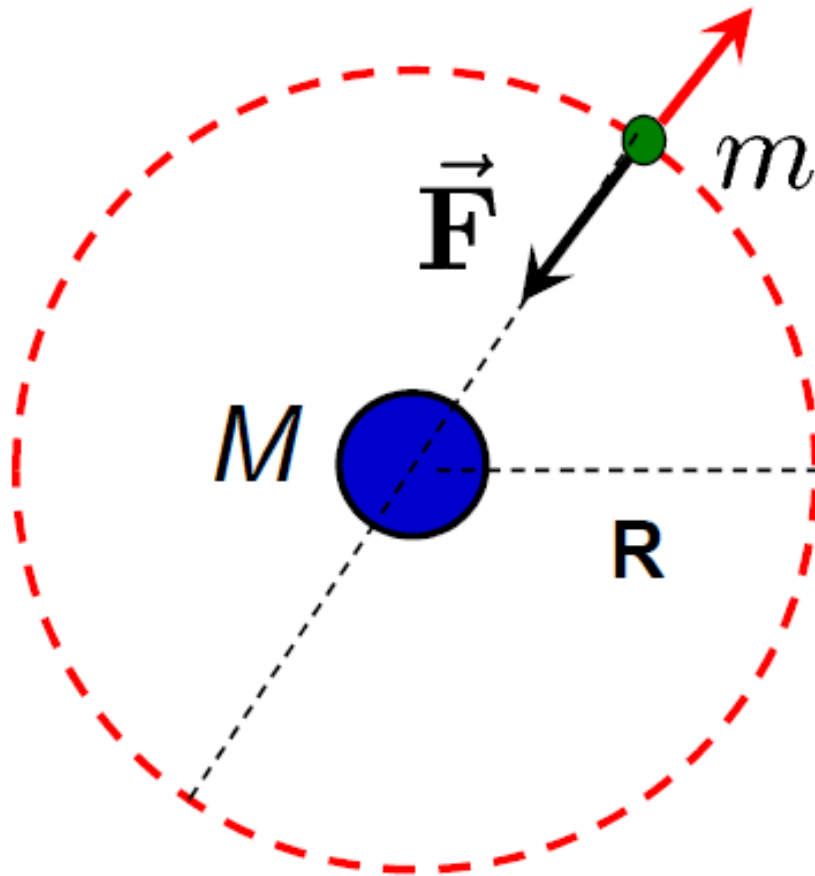
- Pela 2ª Lei de Kepler, a velocidade dos planetas varia com a distância ao Sol. Portanto, Newton considerou que a magnitude dessa força depende da distância do planeta ao Sol.
- Utilizando a 3ª Lei de Kepler (Lei dos Períodos), Newton concluiu que **força** exercida pelo Sol sobre os planetas é **inversamente proporcional ao quadrado da distância** entre o centro do Sol e o centro dos planetas.
- As duas primeiras leis de Kepler situam o Sol como ponto preferencial da órbita elíptica dos planetas. Por isso, Newton considerou o Sol como centro de ação dessa força. Em particular, ele considerou uma **força do tipo central**.

- As hipóteses de Newton precisavam concordar com os resultados encontrados por Kepler.
- Newton demonstrou que um corpo sujeito a uma força central obedece à 2ª e à 3ª Leis de Kepler.
- Mas o que é uma força central? É uma força dirigida para o centro.
- Vários tipos de trajetória são possíveis de acordo com a velocidade e a posição iniciais do corpo: queda em direção ao centro (corpos em queda livre, lançamento oblíquo de projéteis, etc.), circunferência (figura ao lado), elipse (órbita dos planetas), parábola (alguns asteroides) e hipérbole (órbita de corpos muito rápidos), etc.
- Em um MCU (figura ao lado), a velocidade do corpo é perpendicular à força central em todos os instantes.



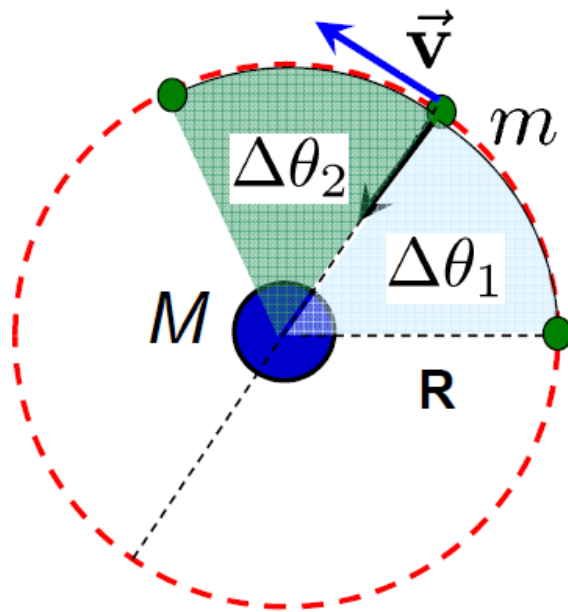
[http://osfundamentosdafisica.blogspot.com.br/2013/09/cursos-do-blog-mecanica\\_23.html](http://osfundamentosdafisica.blogspot.com.br/2013/09/cursos-do-blog-mecanica_23.html)

# PRINCÍPIO DA GRAVITAÇÃO UNIVERSAL



- Corpo de massa  $m$  em órbita circular de raio  $R$  em torno do corpo de massa  $M$ . A força de atração gravitacional  $\vec{F}$  que atua sobre o corpo de massa  $m$  é do tipo centrípeta.

- Para diversos planetas e a Lua, a excentricidade da órbita elíptica é muito pequena, de modo que a aproximação por uma órbita circular é muito boa.



2a Lei de Kepler: “Áreas iguais em tempos iguais”

$$\Delta\theta_1 = \Delta\theta_2 \Leftrightarrow \Delta t_1 = \Delta t_2$$

Logo, o movimento é *circular uniforme* pois:

$$\frac{\Delta\theta_1}{\Delta t_1} = \frac{\Delta\theta_2}{\Delta t_2} = \omega = \frac{2\pi}{T} = \text{const.}$$

Para um MCU:

(MCU demonstrado por C. Huygens em 1673)

$$|\vec{v}| = \omega \cdot R$$

$$|\vec{a}_c| = \omega^2 \cdot R = |\vec{v}|^2 / R = \frac{(2\pi)^2 R}{T^2}$$

- Pela 2ª Lei de Newton tem-se:

$$|\vec{F}_c| = m|\vec{a}_c| = 4\pi^2 m \frac{R}{T^2}$$

- Pela 3ª Lei de Kepler (Lei dos períodos), tem-se:

$$\frac{R^3}{T^2} = C = \text{const.}$$

onde  $C$  tem o mesmo valor para todos os planetas.

- Combinando as duas expressões obtemos:

$$|\vec{F}_c| = 4\pi^2 C \frac{m}{R^2}$$

- Logo, a 3ª Lei de Kepler leva à conclusão de que a força gravitacional varia inversamente com o quadrado da distância do planeta ao Sol.

- Vemos também que a força gravitacional é proporcional à massa  $m$  do planeta.
- Pela 3ª Lei de Newton, o planeta exerce uma força igual em módulo e com sentido contrário sobre o Sol. A força exercida sobre o Sol será proporcional à massa  $M$  do Sol.
- Dessa forma, Newton foi levado à seguinte expressão para a **força de atração gravitacional**:

$$F_{grav} = G \frac{mM}{R^2}$$

onde  $G$  seria agora uma “**constante universal**” característica da força gravitacional.

- Esta é a **Lei de Newton da Gravitação**, também conhecida como **Princípio da Gravitação Universal**.
- **Exercício:** Refaça a demonstração procurando compreender todas as etapas. Quanto vale  $C$ , a constante da 3ª Lei de Kepler?

- A demonstração dos slides anteriores foi feita para uma órbita circular.
- Entretanto, Newton seguiu o mesmo raciocínio para órbitas elípticas (bem mais complicado) e demonstrou que a **força centrípeta é inversamente proporcional ao quadrado da distância do corpo ao foco da elipse.**
- Ele postulou que a **força gravitacional entre quaisquer duas massas** (e não apenas entre os planetas e o Sol) **é proporcional ao inverso do quadrado da distância entre elas.**
- Newton incluía neste postulado a **interação entre a Terra e qualquer corpo próximo a sua superfície.**
- Newton também postulou que "a gravidade ocorre em **todos os corpos** e é proporcional à quantidade de matéria (massa) existente em cada um".



# QUE VALOR DE $R$ UTILIZAR?

- Lei de Newton da Gravitação:

$$F_{grav} = G \frac{m_1 m_2}{R^2}$$

- Newton não conhecia o valor de  $G$  nem as massas dos planetas, da Lua ou do Sol.
- Outra dificuldade bastante séria era saber que valor de  $R$  poderia ser utilizado na expressão acima. Por exemplo, no caso da atração gravitacional entre a Terra e um corpo próximo à sua superfície, parte da Terra está bem próxima ao corpo enquanto outras partes estão a grandes distâncias do mesmo.
- Newton afirmava que para efeito do cálculo da força gravitacional, pode-se considerar toda a massa concentrada no centro dos corpos.
- Dessa forma, quando os corpos possuem densidades homogêneas, considera-se  $R$  como sendo a distância entre seus centros.



# ÓRBITA DA LUA EM TORNO DA TERRA

- Depois de inferir a forma de sua força gravitacional, Newton precisava testá-la e compará-la com resultados conhecidos.
- Um dos testes foi feito para explicar o movimento da Lua em órbita em torno da Terra.
- Há muito tempo conhecia-se o período de translação da Lua em torno da Terra:  $T_L = 27,3$  dias.
- Dessa forma, Newton utilizou sua expressão da Lei da Gravitação para calcular o período de translação da Lua:

$$F_{TL} = G \frac{m_T m_L}{R_{TL}^2}$$

- onde  $m_T$  é a massa da Terra,  $m_L$  é a massa da Lua e  $R_{TL}$  é a distância entre os centros da Terra e da Lua.

- As grandezas  $G$ ,  $m_T$  e  $m_L$  não eram conhecidas por Newton e, portanto, precisavam ser substituídas por grandezas conhecidas.
- Galileu descobriu que todos os corpos próximos à superfície da Terra, em queda livre, possuem a mesma aceleração  $g$ . Além disso, Newton afirmava que a força que atua sobre esses corpos é a força de atração gravitacional da Terra. Dessa forma, aplicamos a 2ª Lei de Newton e o Princípio da Gravitação Universal:

$$F_{\text{queda livre}} = F_{\text{grav}} \Rightarrow mg = G \frac{mm_T}{R_T^2}$$



onde  $m$  é a massa do corpo,  $m_T$  e  $R_T$  são a massa e o raio da Terra.

- Substituindo a igualdade acima na expressão para a força gravitacional entre a Lua e a Terra temos:

$$F_{TL} = gm_L \frac{R_T^2}{R_{TL}^2}$$



- A órbita da Lua em torno da Terra é praticamente circular. Portanto, podemos estudá-la como um movimento circular uniforme e valem as fórmulas apresentadas nos slides anteriores para a força e a aceleração centrípeta:

$$F_c = m_L a_c = m_L \omega_L^2 R_{TL} = \left( \frac{2\pi}{T_L} \right)^2 m_L R_{TL}$$

- A força centrípeta é provocada pela força de atração gravitacional entre a Terra e a Lua:

$$F_{TL} = F_c \Rightarrow gm_L \frac{R_T^2}{R_{TL}^2} = \left( \frac{2\pi}{T_L} \right)^2 m_L R_{TL}$$

- Logo, o período de translação da Lua ao redor da Terra será

$$T_L = \frac{2\pi}{R_T} \sqrt{\frac{R_{TL}^3}{g}}$$

- Nessa expressão, todas as grandezas eram conhecidas à época de Newton: o valor de  $g$  foi determinado por Galileu,  $R_T$  era conhecido desde Eratóstenes e  $R_{TL}$  foi determinado por Hiparco:

$$g \cong 9,8 \text{ m} / \text{s}^2; \quad R_T \cong 6400 \text{ km}; \quad R_{TL} \cong 60 \times 6400 \text{ km}$$

- Utilizando esses valores, Newton obteve  $T_L = 27,3$  dias, reproduzindo o valor já conhecido.

**Exercício: Refaça os cálculos e verifique o resultado.**

- Este resultado foi um dos primeiros a confirmar a validade do Princípio da Atração Gravitacional de Newton.
- Além disso, ele confirma a hipótese de que a queda da maçã e o movimento da Lua têm a mesma origem.

- Exercício: Outra prova de que a queda da maçã e o movimento da Lua têm a mesma origem.

Calcule a **aceleração da Lua em direção à Terra** por dois métodos diferentes.

1-) **Modo dinâmico:** aceleração centrípeta sofrida pela Lua em seu movimento aproximadamente circular e uniforme em torno da Terra.

2-) **Modo gravitacional:** aceleração da gravidade da Lua com relação à Terra obtida a partir da expressão para o Princípio da Gravitação Universal. Dica: Utilize a relação  $F_{queda\ livre} = F_{grav}$  dos slides anteriores.

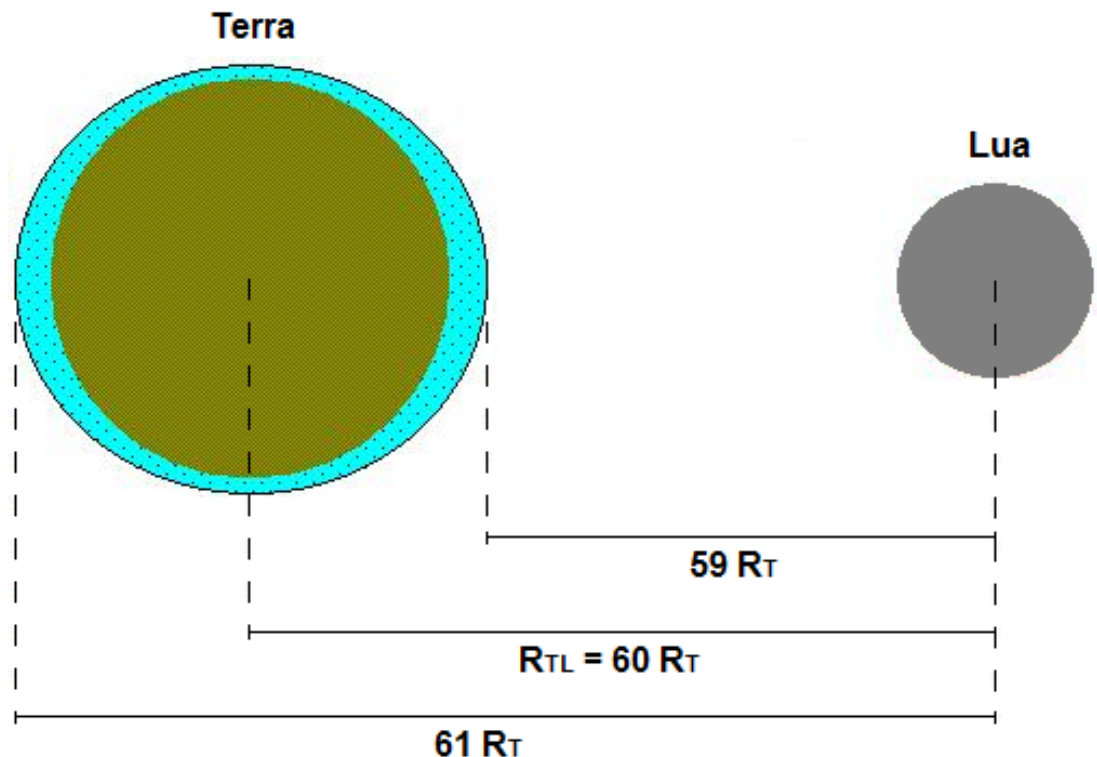
**Utilize:**  $g \cong 9,8\ m/s^2$ ;  $R_T \cong 6400\ km$ ;  $R_{TL} \cong 60R_T$ ;  $T_L \cong 27,3\ dias$

- Newton obteve o mesmo resultado para a aceleração da Lua a partir dos dois métodos.
- Dessa forma, ele acrescentou mais um ponto favorável à sua hipótese gravitacional.

# FENÔMENO DAS MARÉS

- Kepler supunha que a Lua exercia alguma ação sobre as águas dos oceanos, embora não possuísse uma concepção gravitacional.
- Newton formulou uma primeira explicação científica convincente do fenômeno das marés, atribuindo seu efeito principalmente à atração gravitacional da Lua sobre os mares.

- Modelo de Newton para as marés:



Adaptado de

<http://www.if.ufrgs.br/~lang/fisica%20geral.html>

- Parte sólida da Terra: força exercida pela Lua sobre a parte sólida da Terra pode ser considerada proporcional ao inverso de  $(60 R_T)^2$  (para o cálculo da força gravitacional, pode-se considerar toda a massa sólida da Terra concentrada em seu centro).

- Lado da Terra voltado para a Lua: a força gravitacional da Lua sobre as águas do mar é inversamente proporcional a  $\sim(59 R_T)^2$ . Essa força é maior do que a força exercida pela Lua sobre a parte sólida da Terra.

É como se as águas do mar fossem puxadas para fora da Terra.

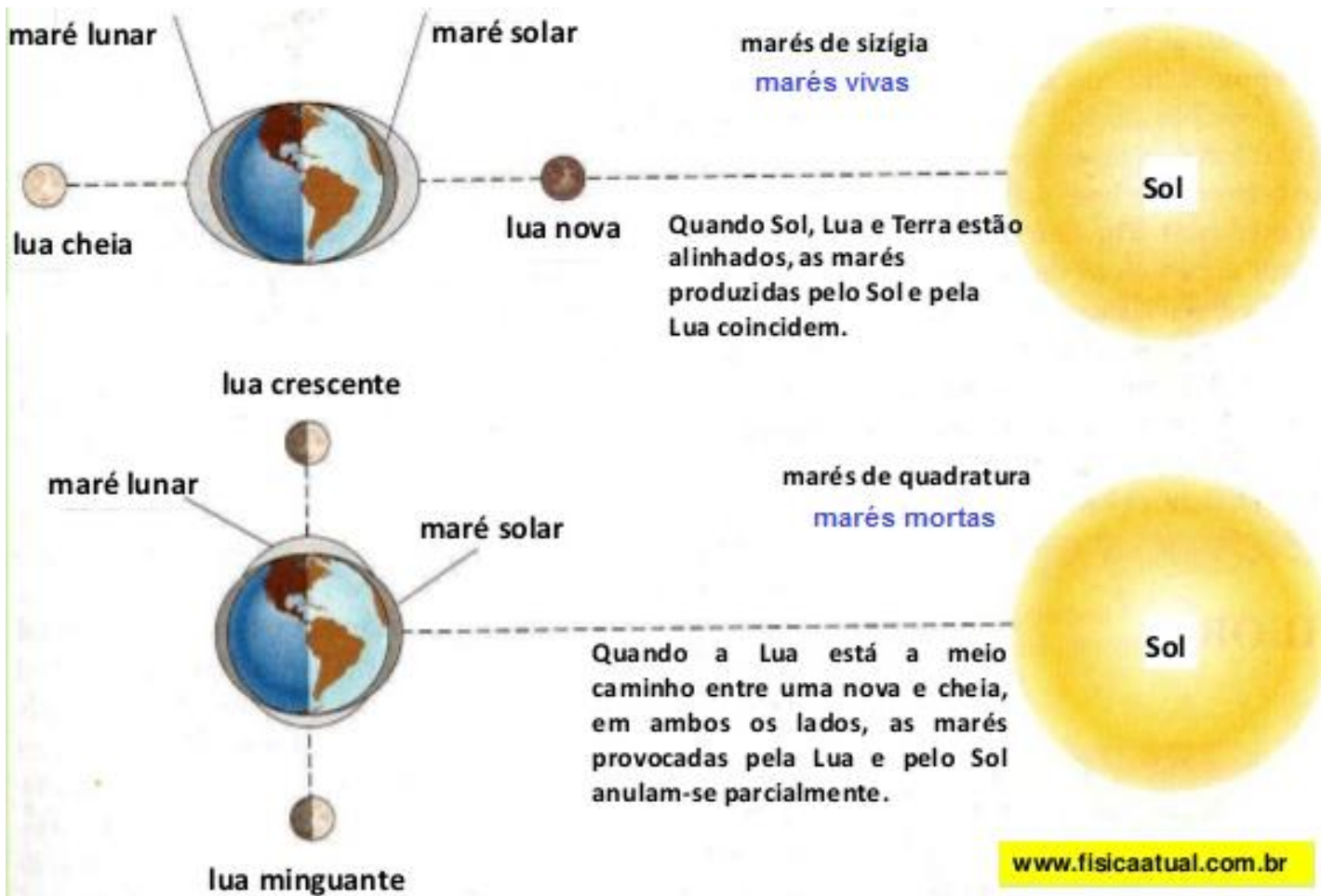
- Lado contrário da Terra com relação à Lua: a força gravitacional da Lua sobre as águas do mar é aproximadamente inversamente proporcional a  $(61 R_T)^2$ . Essa força é menor do que a força gravitacional da Lua sobre a parte sólida da Terra.

É como se a Terra fosse puxada para fora das águas do mar. Por isso, as águas ficam mais elevadas nessa parte da superfície terrestre.

- Dessa forma, o modelo de Newton previa duas marés simultâneas nos lados opostos da Terra, o que se verifica na realidade.

- Além disso, devido à rotação da Terra em torno de seu eixo, tais fenômenos voltam a se repetir 12 horas depois.

- Newton também atribuiu ao Sol certa influência sobre as marés, mas com uma magnitude bem menor que aquela desempenhada pela Lua.
- Por esse motivo, Newton concluiu que as maiores marés ocorriam durante a Lua cheia e a Lua nova.





# OUTROS RESULTADOS OBTIDOS POR NEWTON

- Newton mostrou como era possível calcular as massas dos planetas em termos da massa da Terra;
- Calculou o achatamento da Terra devido à sua rotação. Na ausência de rotação, a Terra deveria ser esférica. Entretanto, as “forças centrífugas” produzidas pela rotação levam a um achatamento nos polos e alargamento no equador;
- Explicou como esse achatamento provoca o movimento de precessão da Terra e calculou a taxa de precessão em excelente acordo com os dados experimentais (um dos resultados mais notáveis descritos nos “Principia”);



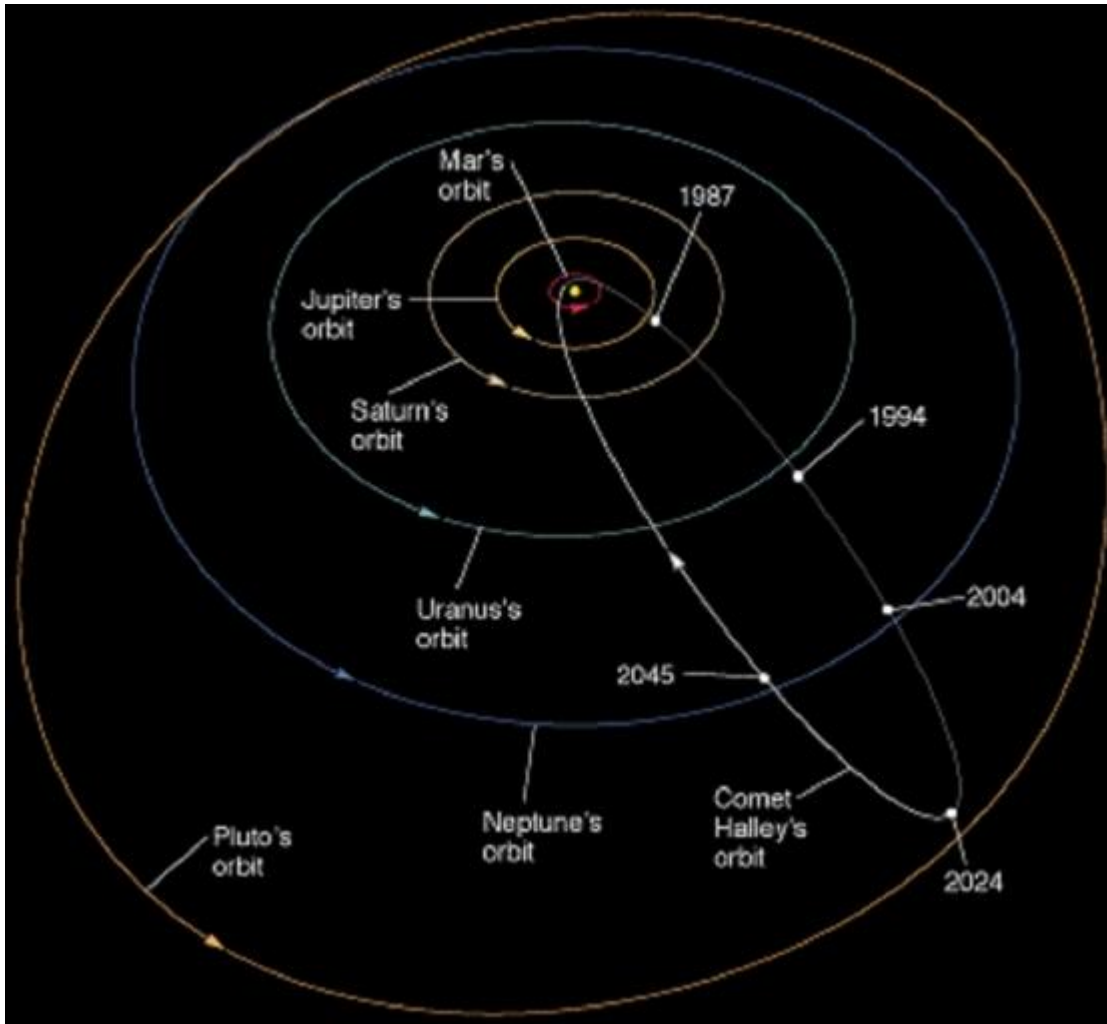
- Calculou as variações locais da aceleração da gravidade devidas à forma da Terra;

- Discutiu as perturbações do movimento da Lua devidas à ação do Sol;

- Considerou explicitamente a possibilidade da existência de satélites artificiais da Terra.

Segundo Newton, os corpos lançados com uma velocidade inicial suficientemente grande “descreveriam arcos concêntricos com a Terra, ou de excentricidades várias, e continuariam circulando nos céus nessas órbitas como fazem os planetas em suas órbitas”;

- Newton calculou as órbitas dos cometas como sendo elipses extremamente alongadas, com excentricidade próxima de 1 (as órbitas da maioria dos planetas do Sistema Solar possuem excentricidade próxima de 0).



[http://www.harding.edu/lmurray/113\\_files/html/i\\_debris/sld032.htm](http://www.harding.edu/lmurray/113_files/html/i_debris/sld032.htm)

# LEGADO DE NEWTON

- Newton realizou uma síntese múltipla da física de sua época.
- Ele uniu num mesmo princípio universal fenômenos terrestres (queda dos corpos, lançamento de projéteis, etc.) e fenômenos celestes (órbita da Lua e dos planetas, etc.).
- Além disso, ele foi bem sucedido na aplicação de sua teoria gravitacional para resolver uma série de problemas da época.
- Seu livro "Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica" é muitas vezes considerado como a obra científica mais importante e de maior influência até hoje escrita.
- Por isso, Alexander Pope (1688-1744) escreveu sobre Newton:  
*“A natureza e as leis da natureza jazem escondidas na noite;  
Deus disse: “Faça-se Newton” e tudo foi luz.”*