

Universidade de São Paulo
Instituto de Física

Busca por Evidências de Dinâmica Caótica nas Flutuações Turbulentas de Densidade em Plasmas

Caíke Crepaldi

Orientador: Prof. Dr. Zwinglio O. Guimarães Filho

Dissertação de mestrado apresentada ao Instituto de Física da Universidade de São Paulo, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ciências.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Zwinglio O. Guimarães Filho - Orientador (Instituto de Física da USP)

Prof(a). Dr(a). ... (Instituto A)

Prof(a). Dr(a). ... (Instituto B)

São Paulo
2021

University of São Paulo
Physics Institute

Searching for Evidence of Chaotic Dynamics in Turbulent Fluctuations of Plasma Density

Caíke Crepaldi

Supervisor: Prof. Dr. Zwinglio O. Guimarães Filho

Dissertation submitted to the Physics Institute of the
University of São Paulo in partial fulfillment of the
requirements for the degree of Master of Science.

Examining Committee:

Prof. Dr. Zwinglio O. Guimarães Filho - Supervisor (Physics Institute of USP)

Prof. Dr. ... (Institute A)

Prof. Dr. ... (Institute B)

São Paulo
2021

“Dedico esta dissertação ao meu avô Rubens Crepaldi, que faleceu durante a realização do meu mestrado.”

Agradecimentos

Agradeço a minha família e amigos, em especial o apoio de minha avó Maria da Penha Chiecco Crepaldi, sem a qual eu jamais haveria terminado meu bacharelado, quem dirá meu mestrado.

Agradeço a orientação do Prof. Dr. Zwinglio de Oliveira Guimarães Filho, por ter me guiado durante toda a graduação e o mestrado.

Agradeço ao CNPq pelo auxílio financeiro em forma de bolsa de mestrado.

I get by with a little help from my friends...

John Lennon e Paul McCartney

Resumo

O transporte anômalo de partículas em plasmas confinados magneticamente compromete a qualidade do confinamento e dificulta atingir a fusão termonuclear controlada. Este transporte é vinculado às flutuações eletrostáticas turbulentas observadas na região de borda do plasma, cujo comportamento é um reflexo dos transportes difusivos e não-difusivos nessa região. Por conta da falta de modelos que descrevam essas flutuações ou o transporte subjacente, um dos interesses dos estudos dessas flutuações turbulentas é a caracterização de sua natureza dinâmica predominante. Além das ferramentas já utilizadas em física de plasmas para esse propósito, como a Análise de Quantificação de Recorrência, Análise de Multifractalidade, e a Análise de Densidade Espectral, uma nova metodologia para caracterização da natureza dinâmica subjacente a sinais experimentais é a análise do Diagrama de Complexidade-Entropia (C-H), apresentada por Rosso et al. com base no cálculo de medidas estatísticas utilizando a distribuição de probabilidades de estados de ordenação proposta por Bandt-Pompe. Segundo este método de análise, a posição relativa com que a série temporal é mapeada no diagrama C-H fornece indícios da natureza dinâmica predominante dos processos subjacentes. Neste trabalho, inicialmente mostramos que esta metodologia apresenta características interessantes para a análise de sinais experimentais, pois é robusta quanto à influência de variações lentas do sinal (derivadas), ruídos de baixa frequência, e embaralhamentos, graças ao fato do cálculo das medidas de complexidade e entropia usar janelas temporais muito curtas (menos de 10 pontos). Entretanto, mostramos que a mesma apresenta limitações, sendo influenciada pelo tamanho da série temporal analisada e quanto a alguns métodos de pré-processamento de dados comuns, como subamostragem e filtros para suavização do sinal, que podem mudar a posição do ponto que representa a série temporal no plano C-H. Quando aplicada ao estudo das flutuações turbulentas de densidade na região de borda no plasma do tokamak TCABR medidas por sondas de Langmuir, o método indicou uma componente determinística forte nos sinais analisados, representando as séries na região caótica do diagrama. Além disso, o método apresentou resultados reprodutíveis e consistentes em diferentes disparos de plasma, apresentando sensibilidade às mudanças nas características do confinamento observadas em disparos perturbados pela polarização de um eletrodo inserido na região de borda do plasma para melhoria do confinamento.

Palavras-chave: física de plasmas; turbulência; complexidade; entropia;

Abstract

The anomalous particle transport in magnetically confined plasmas compromises the quality of the confinement and hinders the achievement of controlled thermonuclear fusion. This transport is linked to the turbulent electrostatic fluctuations observed in the edge region of the plasma, whose behavior is a reflection of the diffusive and non-diffusive transport in that region. Because of the lack of models that describe these fluctuations or underlying transport, one of the interests of studying these turbulent fluctuations is the characterization of their predominant dynamical nature. In addition to the analytical tools already used in plasma physics for this purpose, such as Recurrence Quantification Analysis, Multifractality Analysis, and Spectral Density Analysis, a new methodology for characterizing the underlying dynamical nature of experimental signals is the analysis of the Complexity-Entropy (C-H) Diagram, presented by Rosso et al. and based on the calculation of statistical measures using the probability distribution of ordinal states proposed by Bandt-Pompe. According to this analysis method, the relative position with which the time series is mapped on the C-H diagram provides evidence of the predominant dynamic nature of the underlying processes. In this work, we initially showed that this methodology has interesting characteristics for the analysis of experimental signals, as it is robust in terms of the influence of slow signal variations (drifts), low frequency noise, and shuffling, thanks to the fact that the complexity and entropy measures are calculated using very short time windows (with less than 10 points). However, we showed that this method has certain limitations, like being influenced by the size of the analyzed time series and by some common data pre-processing methods, such as subsampling and filters for signal smoothing, which can change the position of the point that represents the series in the C-H plane. When applied to the study of turbulent density fluctuations in the plasma edge region of the TCABR tokamak measured by Langmuir probes, the method implied a strong deterministic component in the analyzed signals, representing the series in the chaotic region of the diagram. In addition, the method displayed reproducible and consistent results in different plasma discharges, showing sensitivity to changes in the confinement characteristics observed in discharges disturbed by the polarization of an electrode inserted in the edge region of the plasma to improve confinement.

Keywords: plasma physics; turbulence; complexity; entropy;

Sumário

1	Introdução	6
2	Caracterizando a Natureza Dinâmica de uma Série Temporal	9
2.1	Estocasticidade e Caoticidade	10
2.2	A Distribuição de Probabilidades de Bandt-Pompe	10
2.2.1	Escolhendo a Dimensão de Imersão	12
2.2.2	Implementação Computacional	13
2.3	O Diagrama de Complexidade-Entropia	13
2.3.1	Construindo o Diagrama	15
2.4	Quantificando as Incertezas	24
2.5	Limitações do Método	26
3	Plasma e Turbulência	30
3.1	Plasma	30
3.1.1	Blindagem de Debye	31
3.1.2	Esfera de Debye	34
3.1.3	Frequência de Colisões	34
3.2	A Fusão Termonuclear Controlada	34
3.3	Tokamaks	35
3.4	Turbulência e o Transporte Anômalo	38
4	Configuração Experimental	41
4.1	O Tokamak TCABR	41
4.2	As Sondas de Langmuir	42
4.2.1	Sondas Utilizadas	45
4.3	Confinamento Melhorado no TCABR	46
4.4	Os Disparos Analisados	47
4.4.1	Disparos Não-Perturbados	47
4.4.2	Disparos Perturbados	49
5	Análise da Turbulência no TCABR	52
5.1	Adequação da Dimensão de Imersão	52
5.2	Disparos Não-Perturbados	54
5.3	Influência da Dimensão de Imersão e da Subamostragem	60
5.4	Disparos Perturbados	63
6	Conclusões	73
	Bibliografia	75

Capítulo 1

Introdução

Durante o século XX, a população mundial quadruplicou, enquanto que o consumo de energia aumentou por um fator 16, sobretudo através da queima de combustíveis fósseis [1]. Atualmente, a taxa de crescimento populacional mundial está em torno de 1,1 % ao ano e, segundo as Nações Unidas, de uma população estimada de 7,7 bilhões de pessoas em 2019, a população mundial pode chegar a 9,7 bilhões em 2050 e 10,9 bilhões em 2100 [2]. O mesmo relatório das Nações Unidas também indicou o crescimento global da longevidade da população e a redução das disparidades entre países ricos e pobres. Ainda que esses dois últimos indicadores sejam uma boa notícia, não é difícil relacionar o aumento da demanda energética com o nível médio da qualidade de vida da população mundial e do nível de desenvolvimento dos países, afinal o progresso e desenvolvimento tem um preço a ser pago, e parte dele é atualmente pago em TWh. Logo, é razoável prever que a demanda energética mundial só deve aumentar com o tempo.

Se levarmos em conta o aquecimento global causado pela emissão de gases do efeito estufa, parcialmente pela queima de combustíveis fósseis, e a escassez de algumas fontes energéticas não-renováveis, podemos concluir que o melhor caminho para o futuro é através de fontes de energia sustentáveis alternativas. Uma das candidatas mais promissoras é a fusão termonuclear controlada, que, além do alto potencial energético, tem diversas vantagens se comparada com a fissão nuclear, como o menor número de resíduos radioativos, matéria-prima abundante, e maior segurança. Entretanto, ao contrário da fissão nuclear, a produção economicamente viável de energia por fusão nuclear ainda não foi capaz de ser concretizada de maneira controlada, e estudos na área de física de plasmas ainda são necessários para viabilizar a aplicação comercial desta reação. Dentre os candidatos para se tornarem o núcleo de um futuro reator de fusão, um dos mais promissores são os tokamaks [3], máquinas toroidais de confinamento magnético com uma corrente de plasma elevada que tem papel fundamental nas condições de equilíbrio do plasma, criados na Rússia, antiga União Soviética. O esforço internacional na direção da fusão nuclear culminou na criação

do ITER, um grande projeto internacional para a pesquisa de fusão nuclear, fomentado e coordenado por sete membros (União Européia, Estados Unidos, Rússia, Japão, China, Coreia do Sul e Índia) e com outros 28 países participando de maneira direta ou indireta. Ele será o maior tokamak construído desde o início das pesquisas em fusão nuclear, com previsão de início de suas operações para 2025.

Para atingir a fusão nuclear, plasmas com temperaturas iônicas acima de 10 keV [4] devem ser confinados por tempo suficiente para que as reações de fusão possam ocorrer. No entanto, o transporte anômalo de partículas e de energia nas máquinas de confinamento magnético acaba prejudicando a qualidade desse confinamento [5]. Esse transporte é atribuído principalmente à turbulência eletrostática observada nas regiões mais externas do plasma (região de borda) [6]. Ainda não existem modelos completos que descrevam esse transporte [7], logo, descobrir qual a natureza dinâmica predominante dos processos subjacentes à turbulência eletrostática é uma informação valiosa na hora de decidir qual é o modelo mais interessante para descrever o transporte anômalo.

Dentre os métodos que se propõem a caracterizar a natureza dinâmica subjacente a séries temporais está o diagrama de complexidade-entropia [8]. Este método permite relacionar a natureza dinâmica do processo com a posição relativa da representação da série temporal no plano formado por duas medidas estatísticas: a complexidade de Jensen-Shannon e a entropia normalizada de Shannon, calculadas a partir da distribuição de probabilidades dos estados de ordenação dos pontos na série temporal [9]. O método já foi aplicado em diversas áreas, como: física de plasmas [10–13], análise de séries temporais financeiras [14, 15], neurociência [16, 17], dentre outras [17–19]. Na área de física de plasmas, essa metodologia foi utilizada recentemente para analisar os sinais turbulentos dos tokamaks DIII-D [20] e Alcator C-Mod [21].

O objetivo deste trabalho é aplicar a análise do diagrama de complexidade-entropia para as flutuações turbulentas de corrente de saturação iônica, que são similares às flutuações de densidade eletrônica local, coletadas por sondas de Langmuir na região de borda do plasma do tokamak TCABR [22], localizado no Instituto de Física da USP, em diversas posições radiais e modos de confinamento [23].

Esta dissertação está organizada da seguinte maneira: no Capítulo 2, os detalhes do método de caracterização da natureza dinâmica subjacente a séries temporais pelo diagrama de complexidade-entropia são apresentados. Uma atenção especial é dada às limitações do método e suas implicações. No Capítulo 3, os conceitos teóricos mais básicos de física de plasmas e do transporte anômalo de partículas são apresentados, de forma a dar ao leitor a fundação necessária para interpretar as origens físicas da turbulência estudada e as implicações de encontrar a sua natureza dinâmica predominante. Em seguida, no Capítulo 4, as características do tokamak TCABR, do diagnóstico por sonda de Langmuir,

CAPÍTULO 1. INTRODUÇÃO

e dos disparos perturbados e não-perturbados analisados são apresentados. Os sinais turbulentos de corrente de saturação iônica são então analisados no Capítulo 5. Por fim, as conclusões finais do trabalho são apresentadas no Capítulo 6.

Capítulo 2

Caracterizando a Natureza Dinâmica de uma Série Temporal

Neste capítulo, as metodologias para análise e caracterização da natureza dinâmica dos processos por trás de séries temporais utilizadas neste trabalho são abordadas em detalhe. De maneira sucinta, a metodologia principal empregada consiste no cálculo de uma distribuição de probabilidades, relacionadas ao ordenamento das amplitudes de um certo número de pontos consecutivos da série temporal, para calcular duas medidas estatísticas: a complexidade de Jensen-Shannon e a entropia normalizada de Shannon. Essas duas medidas permitem representar a série temporal como um ponto no plano complexidade-entropia (C-H). A análise da posição relativa desse ponto num diagrama criado neste plano revela indícios da natureza dinâmica predominante dos processos subjacentes às estruturas presentes na série temporal.

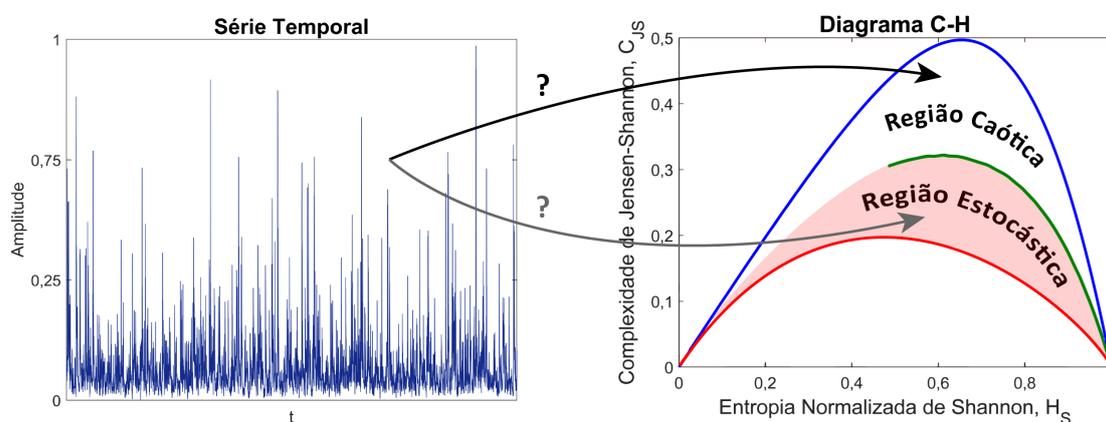


Figura 2.1: Resumo gráfico da metodologia: através dos cálculos da complexidade de Jensen-Shannon e a entropia normalizada de Shannon, uma série temporal pode ser representada como um ponto no plano C-H e por meio da posição relativa desse ponto no diagrama obtemos indícios da sua natureza dinâmica predominante.

2.1 Estocasticidade e Caoticidade

Antes de adentrar nos detalhes das metodologias empregadas neste trabalho, é importante ressaltar a diferença entre processos estocásticos e caóticos. De modo geral, é possível definir um processo estocástico como aquele que possui origem em fenômenos aleatórios. Por conta dessa aleatoriedade intrínseca, é necessário estudá-los sob a óptica da estatística, utilizando probabilidades. Já um processo caótico é aquele que tem origem em fenômenos determinísticos, porém complexos, podendo ser estudado sob a óptica da dinâmica não-linear.

Ambos os processos tem características em comum que dificultam muito a sua distinção, como por exemplo sua imprevisibilidade em tempos longos. Séries temporais que se originam de qualquer um dos dois processos apresentam as seguintes características em comum [8]:

1. Espectro de potência de banda larga;
2. Comportamento irregular dos sinais medidos.

Por conta dessas semelhanças, caracterizar a natureza dinâmica de processos subjacentes a séries temporais com comportamento irregular é algo muito difícil de ser realizado de maneira direta. A metodologia apresentada nas seções a seguir é uma das que se propõe a solucionar esse problema.

2.2 A Distribuição de Probabilidades de Bandt-Pompe

O método de Bandt-Pompe [9] é um método de análise de séries temporais que se propõe a distinguir a natureza dinâmica de processos subjacentes a essas séries através da obtenção de uma distribuição de probabilidades, que por sua vez permite o cálculo de valores de entropia chamados de “entropia de permutação”. Essa distribuição de probabilidades é, na realidade, a frequência relativa de ocorrência de um determinado estado de ordenação de d amplitudes consecutivas na série temporal. O procedimento para o cálculo dessa distribuição de probabilidades é descrito em detalhes a seguir.

Seja uma série temporal \mathbf{F} definida por M valores de amplitude,

$$\mathbf{F} = \{f_t : t = 1, \dots, M\}. \quad (2.1)$$

Definindo a dimensão de imersão d , ou seja, uma janela de d pontos, chamada de d -tupla, podemos analisar a distribuição de amplitudes nessa janela. No caso de \mathbf{F} , podemos obter um conjunto de $N = M - d + 1$ d -tuplas, \mathbf{Y} , que pode ser escrito como

$$\mathbf{Y} = \{(f_i, f_{i+1}, \dots, f_{i+d-1}) : f_i \in \mathbf{F} \text{ para } i = 1, \dots, N\}. \quad (2.2)$$

Devemos agora olhar para o estado de ordenação dos pontos de cada d-tupla. Por exemplo, analisando uma 2-tupla (ou dupla), os estados de ordenação possíveis seriam o primeiro ponto tendo amplitude maior que o segundo ou o contrário. É fácil perceber que o número de estados de ordenação possíveis para uma d-tupla é $K = d!$. Note que o método não prevê pontos com mesma amplitude em uma d-tupla, portanto isso deverá ser tratado na implementação computacional do método. Para representar o estado de ordenação, podemos usar a notação de permutação π .

Para uma d-tupla qualquer $y = (x_1, \dots, x_d) \in \mathbf{Y}$, podemos encontrar uma d-permutação $\pi = \pi_1 \dots \pi_d$ do conjunto $\mathbb{N}_d = \{1, \dots, d\}$ que faz com que a d-tupla resultante da permutação aplicada na d-tupla original $\tilde{y} = (\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_d) = (x_{\pi_1}, \dots, x_{\pi_d})$ esteja em ordem decrescente. Um exemplo do uso dessa notação para descrever o estado de ordenação de uma 5-tupla pode ser visto na Figura 2.2.

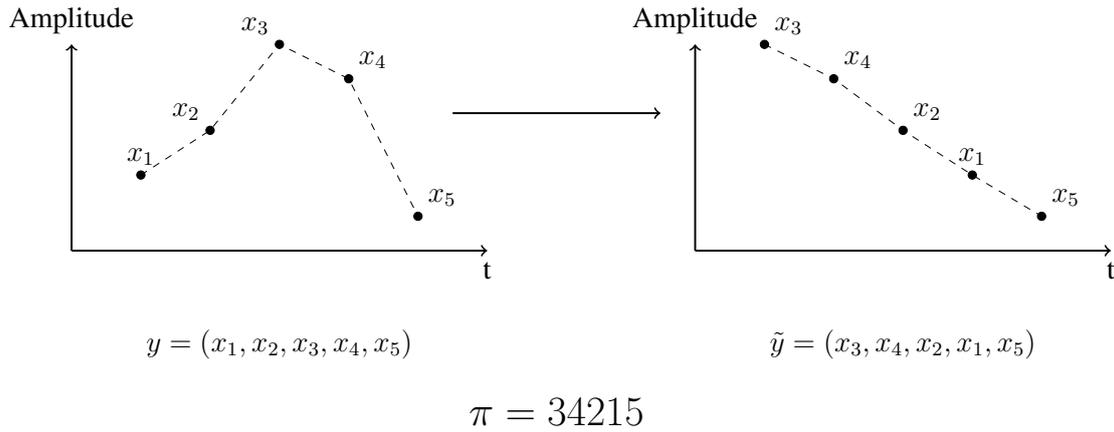


Figura 2.2: Exemplo da obtenção do estado de ordenação de uma 5-tupla y . A 5-tupla ordenada é $\tilde{y} = (x_3, x_4, x_2, x_1, x_5)$. Logo, podemos dizer que seu estado de ordenação é $\pi = 34215$.

Vamos ver agora outro exemplo, usando o caso $d = 3$. A partir da série temporal de 8 valores de amplitude abaixo, podemos criar as $N = 8 - 3 + 1 = 6$ 3-tuplas y_i :

$$\left\{ \begin{array}{cccccccc} & & y_1 & & y_3 & & y_5 & \\ & & \color{red}{\rule{1.5cm}{0.4pt}} & & \color{red}{\rule{1.5cm}{0.4pt}} & & \color{red}{\rule{1.5cm}{0.4pt}} & \\ \color{blue}{\rule{1.5cm}{0.4pt}} & & \color{blue}{\rule{1.5cm}{0.4pt}} & & \color{blue}{\rule{1.5cm}{0.4pt}} & & \color{blue}{\rule{1.5cm}{0.4pt}} & \\ & & y_2 & & y_4 & & y_6 & \end{array} \right\} \{ 40, 33, 19, 41, 27, 18, 47, 44 \}.$$

Neste caso, o número de estados possíveis será $K = 3! = 6$. Na nossa notação, esses estados podem ser escritos como 123, 132, 321, 312, 231, e 213, onde 123 representa a configuração $f_i > f_{i+1} > f_{i+2}$, 132 representa a configuração $f_i > f_{i+2} > f_{i+1}$, e assim por diante. Isso deixa claro o benefício de usar essa notação para descrever os estados,

pois sua interpretação é simples e direta. A tabela 2.1 mostra a definição do estado de ordenação π para cada 3-tupla.

Tabela 2.1: Definindo os estados de ordenação π para cada uma das 3-tuplas.

y_i	π	\tilde{y}_i
(40, 33, 19)	123	(40, 33, 19)
(33, 19, 41)	312	(41, 33, 19)
(19, 41, 27)	231	(41, 27, 19)
(41, 27, 18)	123	(41, 27, 18)
(27, 18, 47)	312	(47, 27, 18)
(18, 47, 44)	231	(47, 44, 18)

Matematicamente, isso equivale a dizer que π deverá ser a permutação que faz com que o número de descendentes da d -tupla permutada \tilde{y} , definido como $des(\tilde{y}) = \#\{j : \tilde{x}_j > \tilde{x}_{j+1}\}$, seja igual a $d - 1$, onde a notação $\#$ corresponde ao número de elementos do conjunto. Dessa maneira podemos escrever a probabilidade de um estado de ordenação π como

$$p_\pi = \frac{\#\{y : y \in \mathbf{Y}, des(\tilde{y}) = d - 1\}}{N}, \quad (2.3)$$

onde \tilde{y} é a d -tupla permutada usando π . Logo, a distribuição de probabilidades de Bandt-Pompe fica

$$\mathbf{P} = \{p_\pi : \pi \in \mathbf{S}\}, \quad (2.4)$$

onde \mathbf{S} é o conjunto de todas as K possíveis d -permutações de \mathbb{N}_d .

Alternativamente, podemos construir as d -tuplas de tal maneira que \tilde{y} esteja em ordem crescente, isso não afetará de maneira alguma o método, apenas a interpretação da notação do estado de ordenação. Neste caso escreveríamos a probabilidade de um estado de ordenação π como

$$p_\pi = \frac{\#\{y : y \in \mathbf{Y}, asc(\tilde{y}) = d - 1\}}{N}, \quad (2.5)$$

onde $asc(\tilde{y}) = \#\{j : \tilde{x}_j < \tilde{x}_{j+1}\}$ é o número de ascendentes.

2.2.1 Escolhendo a Dimensão de Imersão

Para a escolha da dimensão de imersão d , ou seja, do tamanho da janela temporal (ou d -tupla), temos que considerar o tamanho da série temporal, M , e a escala de tempo $d\Delta t$ da estrutura sendo analisada. De um lado, temos que d deve ser pequeno o suficiente para

que $M/K \gg 1$. De outro, temos que ele deve ser suficientemente grande para que as estruturas no sinal possam ser representadas apropriadamente. Outro ponto importante a ser considerado nessa escolha é que o tempo de execução e custo computacional das rotinas para a obtenção da distribuição de probabilidades começam a ficar cada vez maiores conforme aumentamos a dimensão de imersão. Em seu artigo original, os autores Bandt e Pompe recomendam, para fins práticos, o uso de $3 \leq d \leq 7$.

2.2.2 Implementação Computacional

Para a implementação do procedimento de obtenção da distribuição de probabilidades de Bandt-Pompe, desenvolvemos um script em MATLAB [24] que divide a série temporal original em subséries de d pontos na qual o estado de ordenação pode ser obtido utilizando a função *sort* e a frequência de ocorrência desses estados pode ser obtida utilizando a função *hist*.

Para registrar o estado de ordenação de cada d -tupla, consideramos

$$\tilde{\pi} = (\pi_1 - 1) \dots (\pi_d - 1)$$

como um número na base d e convertemos ele para a base 10, guardando este valor como um número que representa o estado. Por exemplo, a permutação $\pi = 123$ dá origem a $\tilde{\pi} = 012$ que pode ser interpretado como um número na base 3. Logo ele pode ser convertido para a base 10 da seguinte maneira

$$\begin{array}{r} 3^2 \quad 3^1 \quad 3^0 \\ (0 \quad 1 \quad 2)_3 \\ 0 + 3 + 2 = (5)_{10} \end{array}$$

Isso permite que o estado seja registrado de uma forma ligeiramente mais compacta que simplesmente considerar $\tilde{\pi}$ como um número na base 10.

É possível representar permutações como um número entre 0 e $K - 1$, que é a forma mais compacta possível de representar essas permutações e, portanto, a melhor forma de armazenar essa informação computacionalmente para d grande. Um dos métodos que permite converter a permutação de sua notação original para esse número, e vice-versa, é o código Lehmer [25].

2.3 O Diagrama de Complexidade-Entropia

A partir deste ponto, ao invés de trabalharmos apenas com a entropia de permutação, como proposto no artigo original de Bandt e Pompe, seguiremos o procedimento desenvolvido

por Rosso et al. [8], que consiste em utilizar a distribuição de probabilidades de Bandt-Pompe para obter uma representação da série temporal no plano complexidade-entropia (C-H), através do cálculo da entropia normalizada de Shannon, H_S , e da complexidade de Jensen-Shannon, C_{JS} .

Sendo $\mathbf{P} = \{p_i : i = 1, \dots, K\}$ uma distribuição de probabilidades, a entropia de Shannon é definida como

$$S(\mathbf{P}) = - \sum_{i=1}^K p_i \ln(p_i). \quad (2.6)$$

Note que a entropia de Shannon é referida como entropia de permutação por Bandt e Pompe por conta da origem da distribuição de probabilidades utilizada em seu cálculo. Esta entropia é considerada uma medida de informação (ou incerteza) do sistema, e pode ser normalizada utilizando $S_{max} = S(\mathbf{P}_e)$, onde \mathbf{P}_e é a distribuição uniforme com $p_i = 1/K$ ($i = 1, \dots, K$), nos dando a entropia normalizada de Jensen-Shannon

$$H_S(\mathbf{P}) = \frac{S(\mathbf{P})}{S(\mathbf{P}_e)} = - \frac{1}{\ln(K)} \sum_{i=1}^K p_i \ln(p_i). \quad (2.7)$$

Definir o que é complexidade não é trivial. Existem diversas definições de complexidade disponíveis na literatura e elas podem ser classificadas em grupos diferentes de acordo com o procedimento de cálculo empregado. Um desses grupos é formado por definições baseadas no cálculo de medidas através da distribuição de probabilidades que descreve o sistema.

Dentre as definições de complexidade nesse grupo, existe aquela que é baseada na noção de “desequilíbrio”, ou seja, numa medida de distância entre a distribuição de equilíbrio (distribuição uniforme) e a distribuição do sistema [26]. Ela é chamada de complexidade de López-Ruiz-Mancini-Calbet (LMC) e é expressada como um produto entre esse desequilíbrio e informação (entropia) [27]. Um ponto importante é que a complexidade LMC não é uma função trivial da entropia, de modo que ela pode assumir diferentes valores para um mesmo valor de entropia.

No artigo original de López-Ruiz et al., a definição de distância Euclidiana é usada para calcular o desequilíbrio, entretanto essa definição resulta numa medida de complexidade com algumas características problemáticas, como o fato de não ser nem uma quantidade intensiva nem uma quantidade extensiva [28]. Para resolver esse problema, Lamberti et al. [29] utilizaram outra medida de distância no estado das probabilidades para o cálculo do desequilíbrio, a divergência de Jensen-Shannon. Logo, a medida de complexidade LMC que usa essa definição é chamada de complexidade de Jensen-Shannon, que é dada por

$$C_{JS}(\mathbf{P}) = Q_{JS}(\mathbf{P}) \cdot H_S(\mathbf{P}), \quad (2.8)$$

onde Q_{JS} é o desequilíbrio definido em termos da divergência de Jensen-Shannon, D_{JS} , dado por

$$Q_{JS}(\mathbf{P}) = Q_0 \cdot D_{JS}(\mathbf{P}), \quad (2.9)$$

$$D_{JS}(\mathbf{P}) = S\left(\frac{\mathbf{P} + \mathbf{P}_e}{2}\right) - \left[\frac{S(\mathbf{P})}{2} + \frac{S(\mathbf{P}_e)}{2}\right], \quad (2.10)$$

e onde Q_0 é a constante de normalização

$$Q_0 = \frac{K+1}{K} \ln(K+1) - 2 \ln(2K) + \ln(K). \quad (2.11)$$

2.3.1 Construindo o Diagrama

Como comentado anteriormente, a complexidade de Jensen-Shannon é uma função não-trivial da entropia. Para uma dada entropia, temos um valor máximo e mínimo de complexidade, o que gera duas curvas em $0 \leq H_S \leq 1$. Todos os pontos no plano C-H pertencem a região delimitada entre essas duas curvas, portanto elas representam as fronteiras desse plano. A obtenção dessas curvas é um problema de otimização com vínculos e pode ser realizada analiticamente utilizando multiplicadores de Lagrange [30–32].

Encontrar os extremos de C_{JS} para H_S constante se resume a encontrar os extremos de D_{JS} . Existem dois vínculos em D_{JS} , a normalização das probabilidades $\sum_{j=1}^K p_j = 1$ e o valor fixo da entropia $H_S = H_S^*$. Definindo λ_1 e λ_2 como os multiplicadores de Lagrange, temos

$$\partial_{p_i} D_{JS} - \lambda_1 \partial_{p_i} \left(\left(\sum_{j=1}^K p_j \right) - 1 \right) - \lambda_2 \partial_{p_i} (H_S - H_S^*) = 0, \quad (2.12)$$

onde ∂_{p_i} denota a derivada parcial $\partial/\partial p_i$ ($i = 1, \dots, K$). Efetuando essas derivadas, temos

$$\frac{1}{2}(-\ln(p_e + p_i) + \ln(p_i) + \ln(2)) - \lambda_1 + \lambda_2 \left(\frac{\ln(p_i) + 1}{\ln(K)} \right) = 0, \quad (2.13)$$

$$-\lambda_1 + \frac{\lambda_2}{\ln(K)} + \ln(p_i) \left(\frac{\lambda_2}{\ln(K)} + \frac{1}{2} \right) - \frac{1}{2} \ln(p_e + p_i) + \frac{\ln(2)}{2} = 0, \quad (2.14)$$

para $i = 1, \dots, K$. Podemos reescrever essa equação como

$$-\alpha - \beta \ln(p_i) - \frac{1}{2} \ln(p_e + p_i) = 0, \quad (2.15)$$

onde α e β são combinações lineares dos multiplicadores de Lagrange. Note que ambos os parâmetros são iguais para $i = 1, \dots, K$, portanto podemos tratá-los como constantes. Chamando o lado esquerdo da equação 2.15 de F , temos que sua derivada é dada por

$$\frac{\partial F}{\partial p_i} = \frac{(-2\beta - 1)p_i - 2\beta p_e}{2p_i(p_e + p_i)}, \quad (2.16)$$

cuja raiz é

$$p_i = -\frac{2\beta p_e}{2\beta + 1}. \quad (2.17)$$

Como $\partial F/\partial p_i$ tem apenas uma raiz real positiva (o sinal de p_i pode ser controlado pela escolha dos multiplicadores de Lagrange), pelo teorema do valor médio, temos que F terá no máximo duas raízes reais positivas. Isso implica que a distribuição de probabilidades pode ter até dois valores distintos. Além disso, a condição $p_i \geq 0$ determina um subconjunto \mathcal{A} da variedade de dimensão $K - 2$ definida pelos dois vínculos. O método de Lagrange obtém os extremos no interior de \mathcal{A} , mas, como \mathcal{A} é fechado, os extremos podem pertencer a fronteira também. Considerando que o extremo \mathbf{P} pertence a fronteira de \mathcal{A} , temos que pelo menos um dos $p_i = 0$. Se considerarmos que o extremo \mathbf{P} possui n componentes nulas ($0 \geq n \geq K - 2$), então o mesmo procedimento com multiplicadores de Lagrange nos levariam ao mesmo resultado de que \mathbf{P} admite no máximo dois valores distintos não-nulos. Utilizando o método de Metropolis, Anteneodo e Plastino [32] mostraram que os extremos globais são obtidos para um único estado com valor máximo e o resto dos estados $K - n - 1$ populados com probabilidades iguais.

Com base nesses resultados, a curva de complexidade máxima é gerada pela família de distribuições de probabilidades que tem um único estado com probabilidade máxima, p_{max} , um número limitado de estados com mesma probabilidade, e com todos os outros estados com probabilidade zero (veja a tabela 2.2 e a Figura 2.3). De modo geral, a ordenação de amplitudes de séries temporais de processos caóticos ou determinísticos tendem a ter uma certa quantidade de estados de ordenação bem populados e muitos estados de ordenação não-populados, o que leva esses processos a terem complexidades mais altas que processos estocásticos para a mesma entropia.

Já a curva de complexidade mínima é gerada pela família de distribuições de probabilidades que tem um único estado com probabilidade alta, p_{min} , e com a probabilidade restante uniformemente distribuída entre os outros estados (veja a tabela 2.3 e a Figura 2.4).

2.3. O DIAGRAMA DE COMPLEXIDADE-ENTROPIA

Tabela 2.2: Distribuições de probabilidades que maximizam a complexidade, com $n \in \mathbb{Z}$ e $0 \leq n \leq (K - 2)$.

Número de estados com p_i	p_i	Domínio de p_i
n	0	
1	p_{max}	$\left[0, \frac{1}{K-n}\right]$
$K-n-1$	$\frac{1-p_{max}}{K-n-1}$	$\left[\frac{1}{K-n}, \frac{1}{K-n-1}\right]$

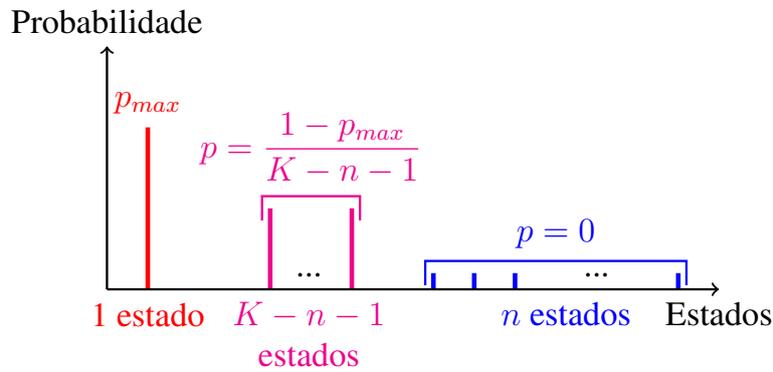


Figura 2.3: Representação gráfica das distribuições de probabilidades que maximizam a complexidade.

De modo geral, a ordenação de amplitudes de séries temporais de processos estocásticos tendem a ter a maior parte estados de ordenação populados, o que leva esses processos a terem complexidades mais baixas que processos caóticos para a mesma entropia.

Tabela 2.3: Distribuições de probabilidades que minimizam a complexidade.

Número de estados com p_i	p_i	Domínio de p_i
1	p_{min}	$\left[\frac{1}{K}, 1\right]$
$K-1$	$\frac{1-p_{min}}{K-1}$	$\left[0, \frac{1}{K}\right]$

Na Figura 2.5 temos as curvas de complexidade máxima e mínima para diferentes valores de d . Observamos que a aparência dessas curvas muda um pouco conforme mudamos o valor de d , ficando cada vez menos suave conforme diminuimos o valor de d .

Segundo a análise proposta por Rosso et al. em seu artigo original, regiões diferentes do plano C-H correspondem a tipos de processos diferentes que estão por trás das estruturas da série temporal analisada. Como regra geral, dizemos que sinais periódicos tendem

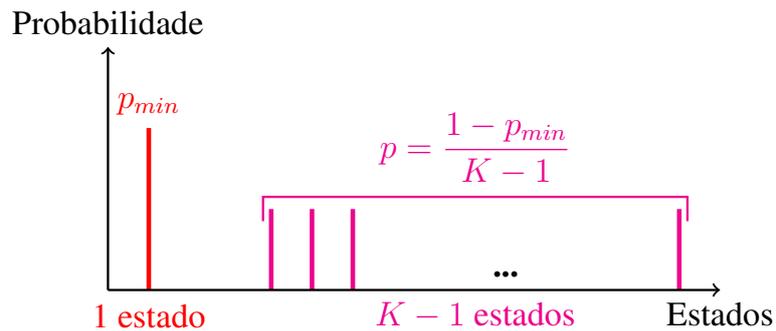


Figura 2.4: Representação gráfica das distribuições de probabilidades que minimizam a complexidade.

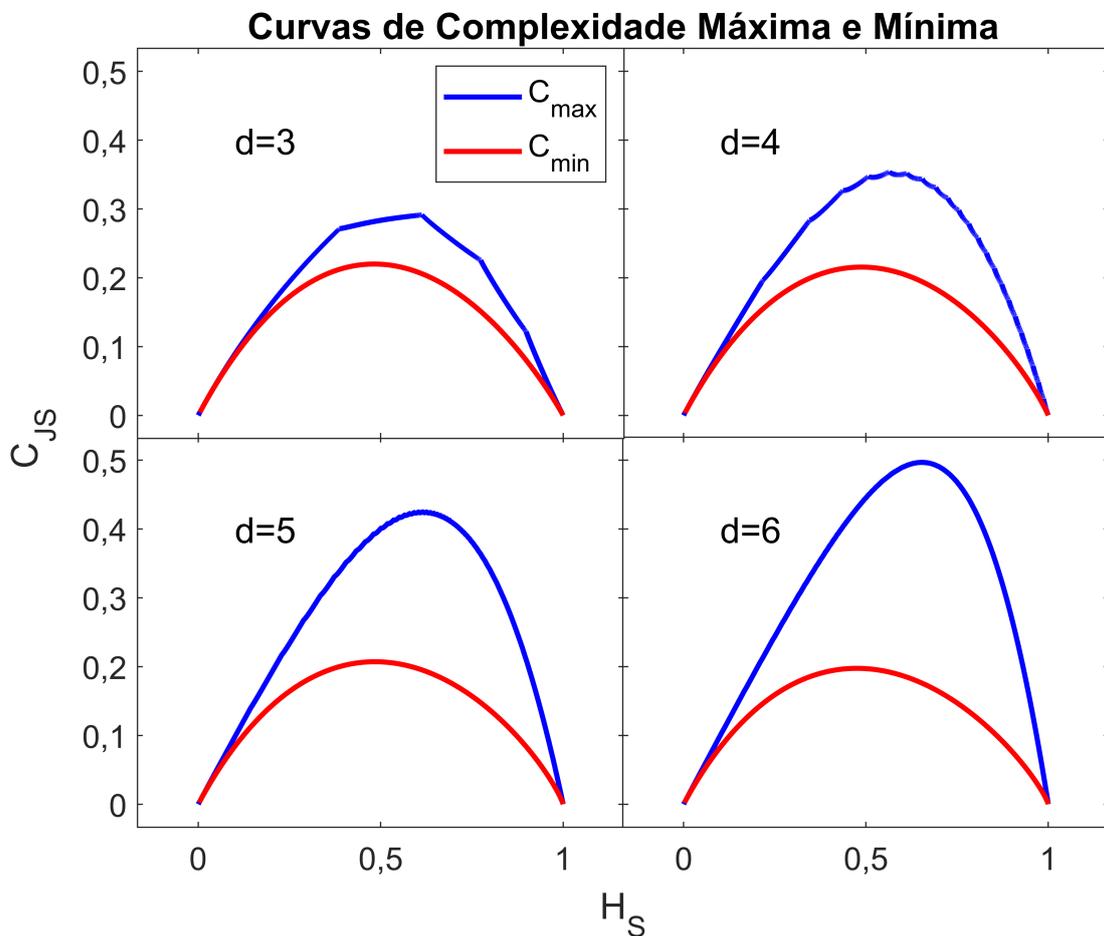


Figura 2.5: Plano C-H, limitado pelas curvas de complexidade máxima (em azul) e mínima (em vermelho), para diferentes valores de d . Podemos observar que as fronteiras do plano C-H mudam bastante dependendo do valor de d escolhido.

a ter baixa entropia e baixa complexidade. Já os sinais caóticos tendem a ter valores intermediários de entropia e alta complexidade. Por fim, sinais estocásticos tendem a ter alta entropia e baixa complexidade. Por conta disso, sinais caóticos e sinais estocásticos,

que são muito difíceis de distinguir visualmente, caem em regiões diferentes do plano.

Entretanto, não existem fronteiras rígidas e claras para essas regiões, levando a uma análise qualitativa e visual que necessita de outras curvas e pontos com natureza dinâmica conhecida para comparação. Dentre esses pontos ou curvas úteis para comparação existe a curva que representa o movimento Browniano fracionado (fBm) [33, 34], que pode ser usada para dividir o plano C-H em duas regiões distintas: a região acima da curva seria a região caótica (ou determinística), enquanto que a região abaixo seria a região estocástica. No caso onde existe uma mistura de determinismo com estocasticidade, que é o caso da maioria dos sinais experimentais por conta da presença de ruído, a posição no plano ajuda a determinar a natureza dinâmica predominante dos processos subjacentes. Quanto mais próximo o ponto está da curva fBm, maior seria a componente estocástica do sinal original. Por conta destas propriedades, a curva fBm costuma sempre estar presente junto as curvas de complexidade máxima e mínima para formar o diagrama C-H.

Para ilustrar o mapeamento no plano C-H, a Figura 2.6 apresenta o diagrama completo, para $d = 6$, junto com pontos representando o mapa Logístico [35], definido como

$$x_{n+1} = r x_n(1 - x_n), \quad (2.18)$$

o mapa de Hénon [36], definido como

$$\begin{cases} x_{n+1} = 1 - a x_n^2 + y_n \\ y_{n+1} = b x_n \end{cases}, \quad (2.19)$$

o mapa de Schuster [37], definido como

$$x_{n+1} = x_n + x_n^z \pmod{1}, \quad (2.20)$$

o mapa da tenda assimétrica [37], definido como

$$\begin{cases} x/\omega & \text{para } 0 \leq x \leq \omega \\ (1-x)/(1-\omega) & \text{para } \omega \leq x \leq 1 \end{cases}, \quad (2.21)$$

e o ruído gaussiano branco. Os traços na curva fBm (em verde) correspondem ao incremento de 0, 1 no expoente de Hurst. Os pontos que representam o mapa de Hénon (triângulos em vinho) foram calculados com parâmetros de controle $a = 1, 4$ e $b = 0, 3$. As séries temporais para as variáveis x e y geradas com esses valores para os parâmetros de controle podem ser observadas na Figura 2.7. Ambas as séries temporais de x e y desse caem na mesma posição no plano C-H por terem as mesmas distribuições de estados de ordenação. Os pontos que representam o mapa de Schuster (triângulos invertidos em

azul claro) foram calculados com três valores diferentes do parâmetro de controle z , estes valores estão marcados ao lado dos pontos correspondentes. As séries temporais geradas por esse mapa (Figura 2.8) são interessantes por apresentar picos intermitentes com ruído $1/f^z$. O ponto que representa o mapa da tenda assimétrica (círculo em roxo) foi calculado com parâmetro de controle $\omega = 0,1847$. As características da série temporal gerada por esse mapa podem ser observadas na Figura 2.9.

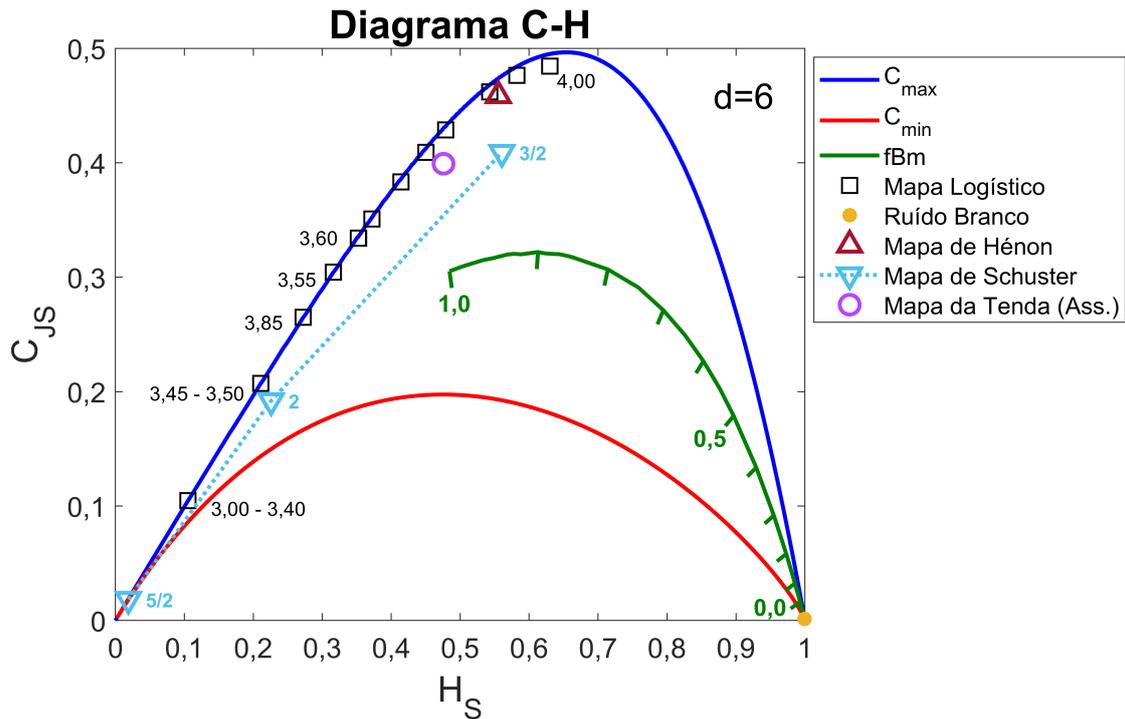


Figura 2.6: O diagrama C-H completo para $d = 6$ junto com pontos do mapa Logístico (quadrados pretos), para diferentes valores de r , ruído gaussiano branco (ponto em amarelo), mapa de Hénon (triângulo em vinho), mapa de Schuster (triângulo invertido em azul claro), e mapa da tenda assimétrico (círculo roxo). A curva fBm está representada em verde com traços demarcando incrementos de 0,1 no expoente de Hurst.

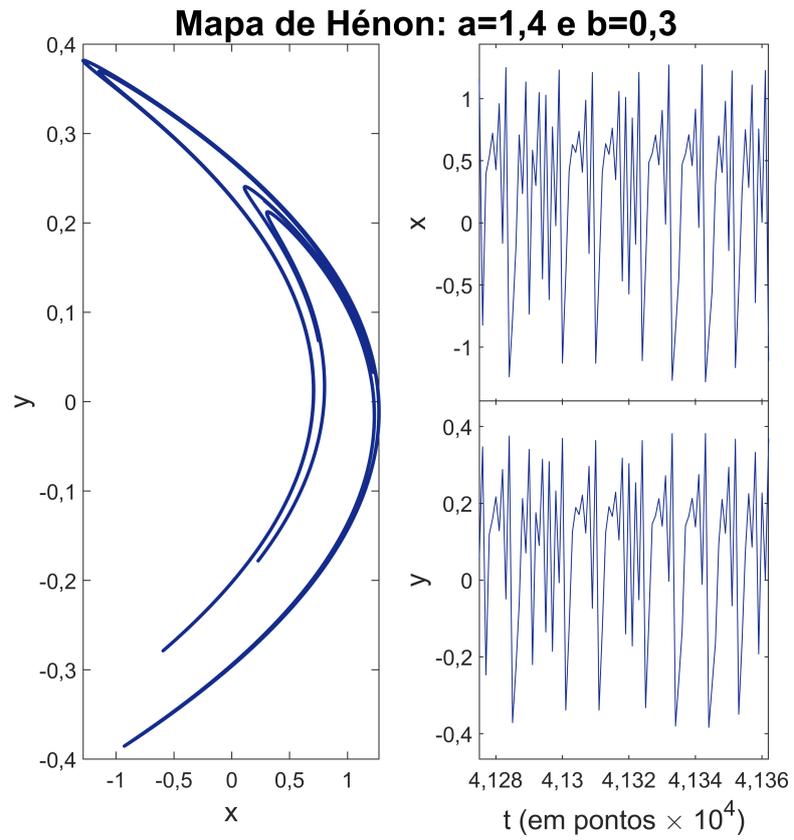


Figura 2.7: Mapa de Hénon para $a = 1,4$ e $b = 0,3$. Podemos observar que x e y possuem os mesmos estados de ordenação.

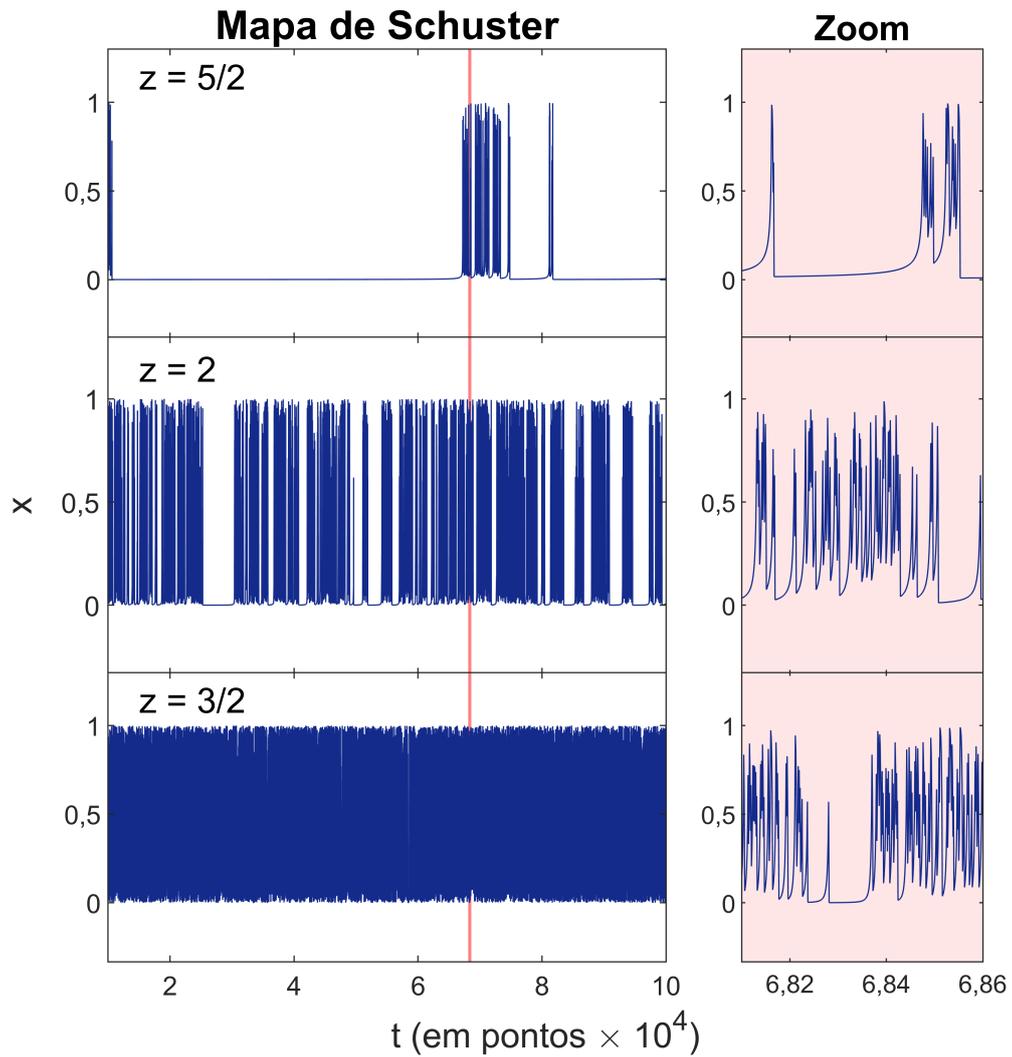


Figura 2.8: Mapa de Schuster para diferentes valores de z . À direita temos uma ampliação horizontal da região demarcada pela linha vermelha no gráfico ao lado.

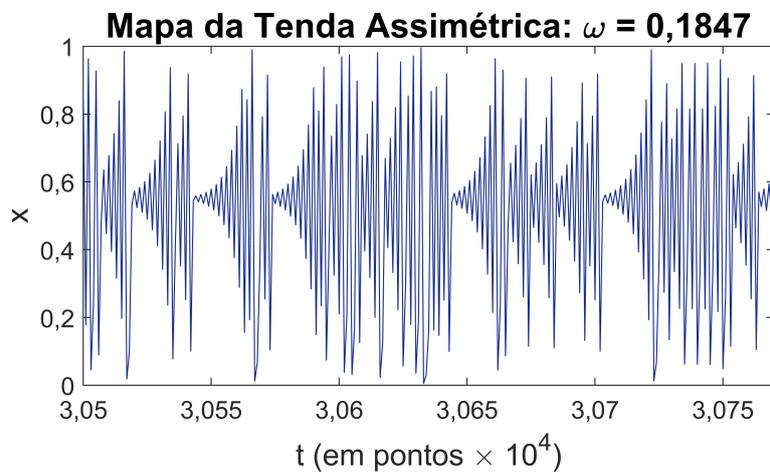


Figura 2.9: Mapa da tenda assimétrica para $\omega = 0,1847$.

2.3. O DIAGRAMA DE COMPLEXIDADE-ENTROPIA

Pontos diferentes do mapa Logístico (quadrados pretos) representam valores diferentes do parâmetro de controle, r . O ponto em $H_S = 0$ e $C_{JS} = 0$ corresponde a $r = 2,90$. Alguns dos pontos no gráfico tem o valor de r utilizado ao lado (ou intervalo de valores, no caso de diferentes valores de r caírem na mesma posição). Quanto a natureza dinâmica do mapa Logístico para os valores de r mostrados, temos que $r = 2,90$ corresponde a uma série temporal de período 1, $3,00 \leq r \leq 3,40$ corresponde a séries de período 2, $3,45 \leq r \leq 3,50$ corresponde a séries de período 4, $r = 3,85$ corresponde a uma série de período 6, $r = 3,55$ corresponde a uma série de período 8, e, por fim, $r = 3,60$ e $r = 4,00$ correspondem a séries caóticas.

Todos os pontos referentes aos mapas mencionados provém de séries temporais de 100.000 pontos com transiente de 10% eliminado, resultando em séries de 90.000 pontos.

Uma análise muito interessante é a relação da posição do ponto do mapa Logístico no plano C-H com o período vinculado ao parâmetro de controle r . Podemos observar que para valores de r nos quais o mapa tem natureza periódica, os pontos caem na curva de complexidade máxima, porém para valores de complexidade e entropia baixos. Já para valores de r onde o mapa tem natureza caótica, os pontos caem na mesma curva porém para valores de complexidade e entropia maiores (efetivamente se deslocando para a direita na curva). Além disso, é perceptível nos casos apresentados que, para períodos baixos, os pontos de mesmo período T caem na mesma posição do plano. Isso ocorre pois, para $T \leq d$, estas séries temporais terão T estados de ordenação populados com probabilidade $1/T$. Esta relação foi testada computacionalmente para todas as $T!$ séries periódicas formadas pela repetição de qualquer permutação do conjunto $\{1, 2, \dots, T\}$, considerando $1 < T \leq d$ ($d = 2, \dots, 6$).

Um ponto interessante é o que corresponde a $r = 3,85$, que cai numa janela periódica (período 6) do diagrama de bifurcação do mapa Logístico (Figura 2.10). Podemos ver, como era esperado, que sua posição no diagrama C-H se desloca para a esquerda, retornando para a região composta por outros pontos de sinais periódicos.

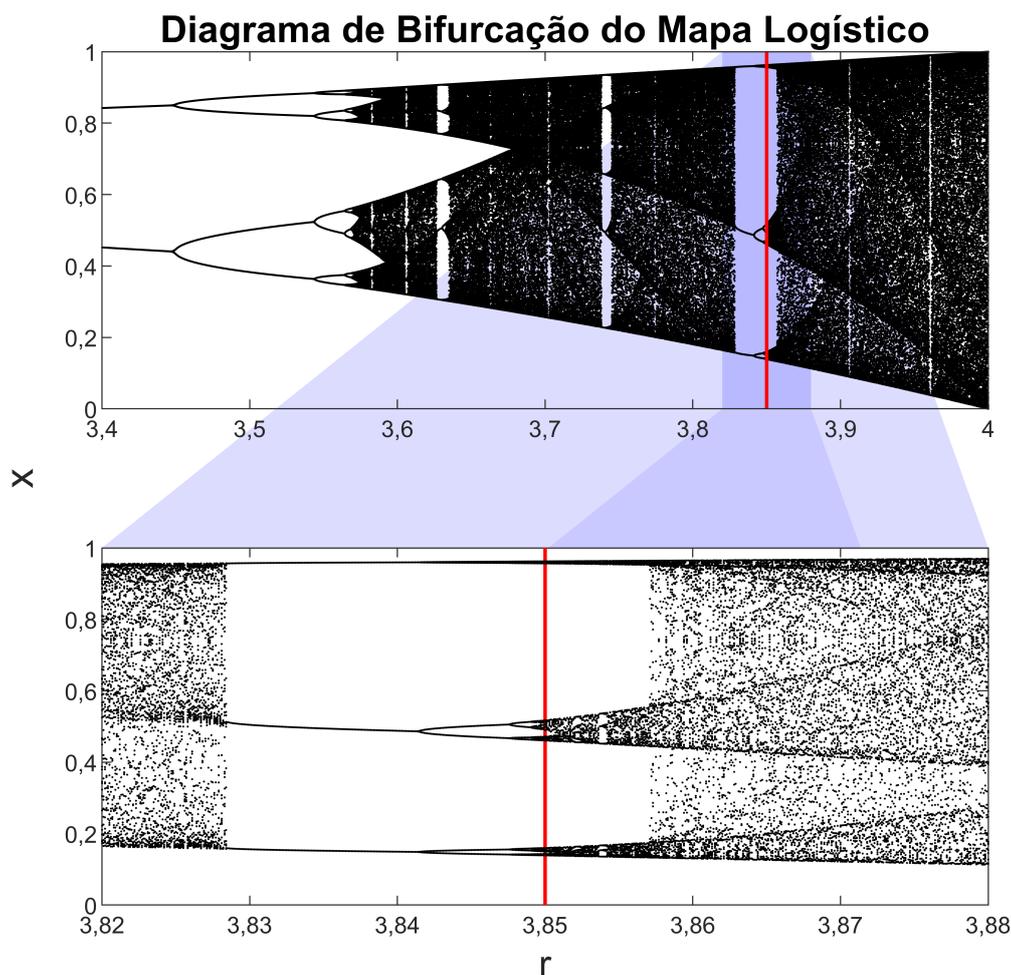


Figura 2.10: Diagrama de Bifurcação do mapa logístico. Podemos ver que $r = 3,85$ (em destaque pela linha vermelha) cai numa janela periódica.

2.4 Quantificando as Incertezas

Uma questão importante a ser abordada é sobre como estimar as incertezas dos pontos no plano C-H. Ou seja, como a posição dos pontos poderia variar caso obtivéssemos sinais com condições idênticas. Uma proposta razoável seria dividir a série temporal em diversas séries de tamanhos iguais e calcular C_{JS} e H_S para cada uma. Por fim podemos calcular a média, C_m e H_m , e o desvio padrão da média, σ_{C_m} e σ_{H_m} , desses valores e adotá-los como valor e incerteza da posição do ponto no plano.

Entretanto, esse método tende a superestimar as incertezas quando o sistema está sob efeito de mudanças na sua dinâmica ao longo do tempo (como é o caso dos sinais analisados neste trabalho). Por conta disso, o melhor procedimento seria formar as subséries utilizando grupos de um certo número de pontos sucessivos espalhados equiespaçadamente na série temporal, como mostra a Figura 2.11.

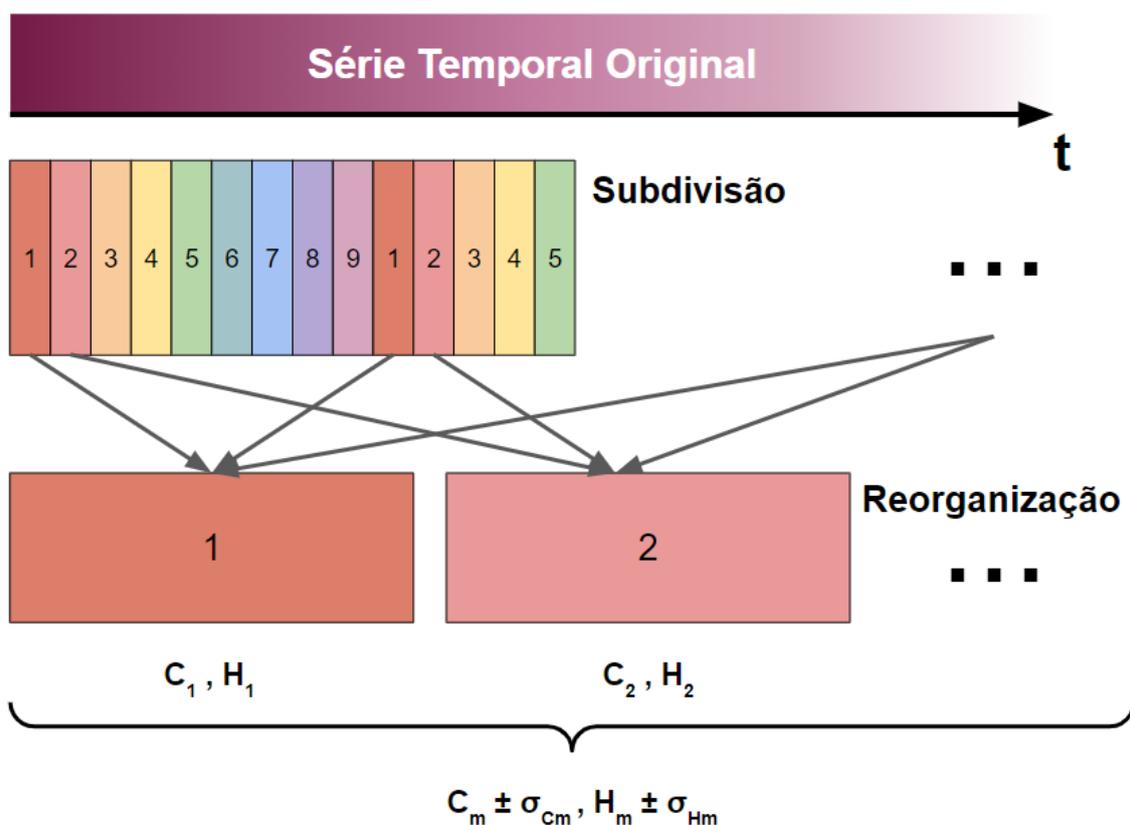


Figura 2.11: Representação esquemática do procedimento de estimação da incerteza da posição dos pontos no plano C-H usando a reorganização de subséries com pedaços provenientes de diferentes partes da série temporal original, fazendo com que todas as subséries estejam igualmente sob efeito das mudanças na dinâmica subjacente ao sinal.

O uso desse método de reorganização pode ter efeitos claros na estimação das incertezas. Para mostrar esse efeito, aplicamos o método de estimação de incertezas com e sem reorganização utilizando os sinais experimentais obtidos pela sonda de 5 pinos, que serão abordados em detalhe futuramente. A comparação entre os resultados dos dois tipos de estimativa pode ser visto na Figura 2.12. Nela, os traços verticais e horizontais são as barras de incerteza do ponto.

Ainda que estimar a incerteza da posição dos pontos no plano seja algo muito interessante, ambos os métodos apresentados aqui dependem de um número muito grande pontos para serem aplicados. Não apenas o número de subséries tem que ser grande o suficiente para que a estimativa de desvio padrão das medidas estatísticas seja razoável, mas o número de pontos de cada subsérie deve ser grande o suficiente para que o número de pontos não interfira de maneira significativa na posição das subséries no plano. Por conta disso, os resultados finais apresentados em seções futuras não utilizam esses métodos para a estimativa de incerteza.

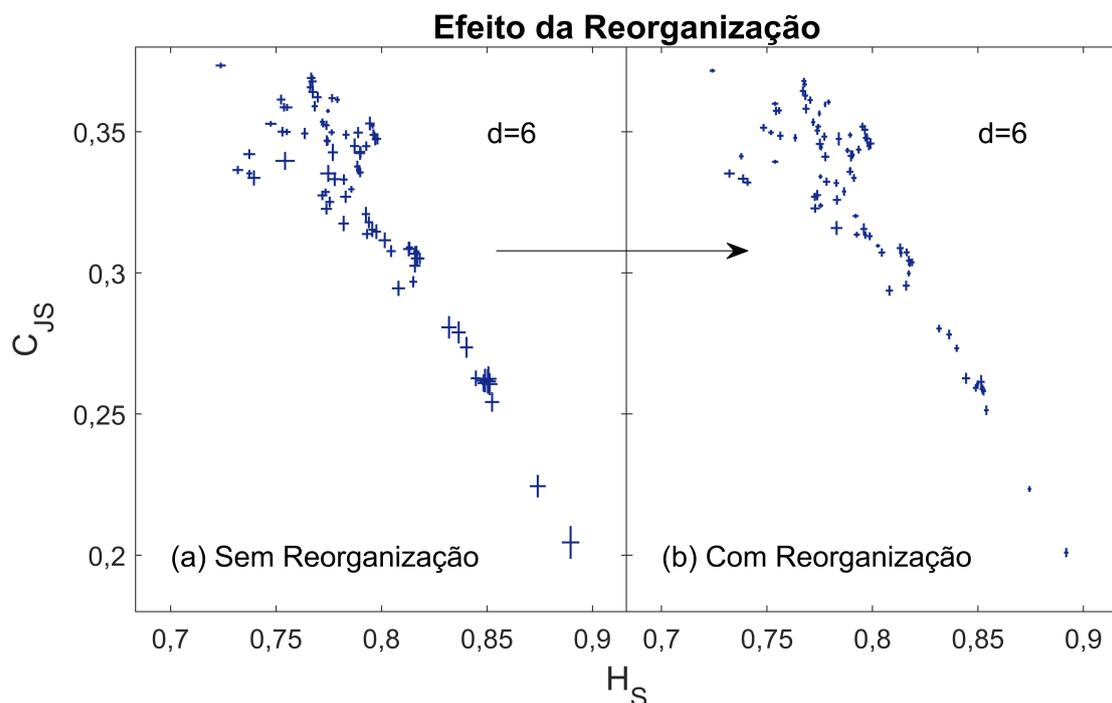


Figura 2.12: Efeito do uso da reorganização na estimativa da incerteza da posição dos pontos no plano C-H. Os sinais representados aqui correspondem aos sinais da sonda de 5 pinos que serão abordados futuramente.

2.5 Limitações do Método

Como todo método, o diagrama de complexidade-entropia tem algumas limitações que o usuário deve estar ciente. A mais clara delas é quanto ao tamanho da série temporal. Como abordado anteriormente, a escolha da dimensão de imersão d depende da condição $M/K \gg 1$ e de que boa parte da estrutura de interesse possa ser envelopada pela janela temporal $d\delta t$. Além disso, o tamanho da série temporal tem implicação direta na população dos estados de ordenação utilizados para o cálculo da distribuição de probabilidades de Bandt-Pompe, estimada através das frequências relativas. Logo, mudar o tamanho da série temporal pode implicar na mudança da posição da série no plano C-H. Na Figura 2.13 podemos observar no diagrama C-H, com $d = 6$, o que acontece quando geramos séries temporais de ruído gaussiano branco de tamanhos diferentes.

Cada ponto representa uma série de ruído gaussiano de tamanho diferente, onde quanto mais próxima do amarelo é a cor do ponto, maior é o tamanho da série. Os pontos correspondentes às séries de tamanho 10^2 , 10^3 , 10^4 , e 10^5 pontos estão em destaque. Podemos ver que a mudança na posição do ponto pode ser drástica o suficiente para fazer com que um sinal puramente estocástico possa ser considerado como caótico.

É por conta dessa mudança na posição dos pontos que o método para a estimação da

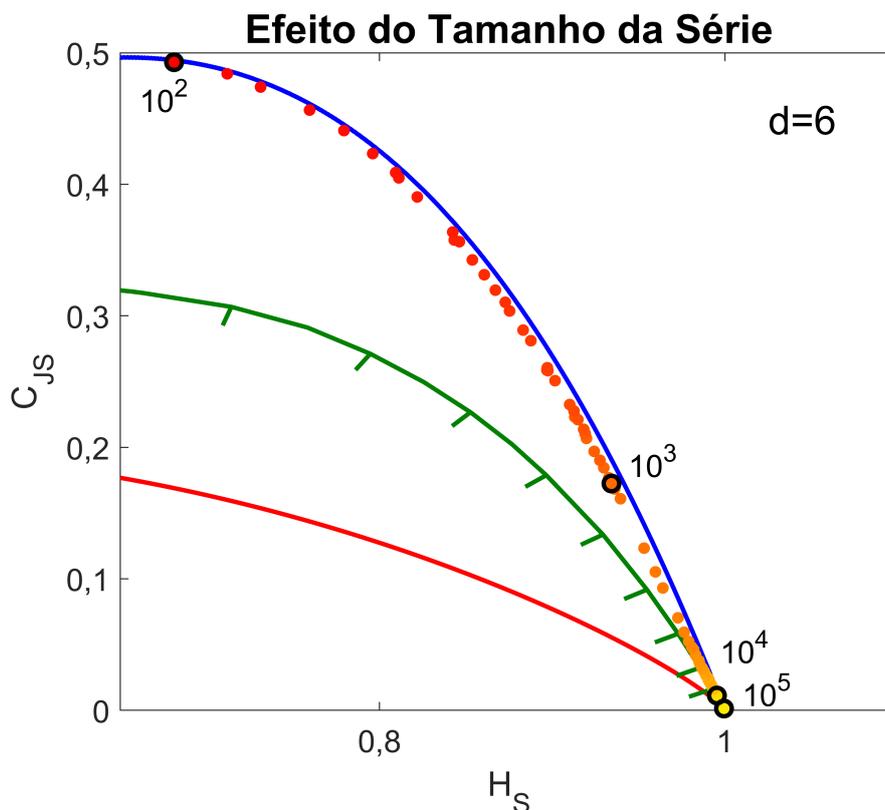


Figura 2.13: Efeito do tamanho da série temporal na posição do ponto no plano C-H. Cada ponto representa uma série temporal de ruído gaussiano branco diferente, onde pontos com coloração mais próxima do amarelo representam séries de tamanho maior.

incerteza da posição no plano C-H abordado anteriormente não foi empregado nas análises dos sinais experimentais deste trabalho. Através do gráfico, podemos inferir que uma série temporal com cerca de 10^6 pontos seria pouco afetada pelos métodos de estimação das incertezas.

Outra limitação é a subamostragem indevida. Quando temos que $d \Delta t$ é pequeno comparado ao tamanho das estruturas de interesse, como é o caso de um sinal experimental dominado por ruído em frequências altas, cada d -tupla será mais influenciada pelo ruído que pelas estruturas. Neste caso podemos utilizar o método de subamostragem (*subsampling*). Esse método consiste em aumentar o espaço entre pontos consecutivos por um fator R_s , que equivale a diminuir a taxa de amostragem efetiva por esse mesmo fator. Esse método deve ser executado com cuidado para que R_s não seja grande o suficiente para destruir a estrutura e para garantir que $M/(R_s K) \gg 1$. O efeito de uma subamostragem indevida pode ser observado na Figura 2.14. Nela aplicamos a subamostragem numa série temporal do mapa Logístico para $r = 3,65$ (caos) com 10^6 pontos. O fator de subamostragem R_s variou de 1 a 14. Quanto mais próxima a cor do ponto é do marrom claro, maior o valor de R_s .

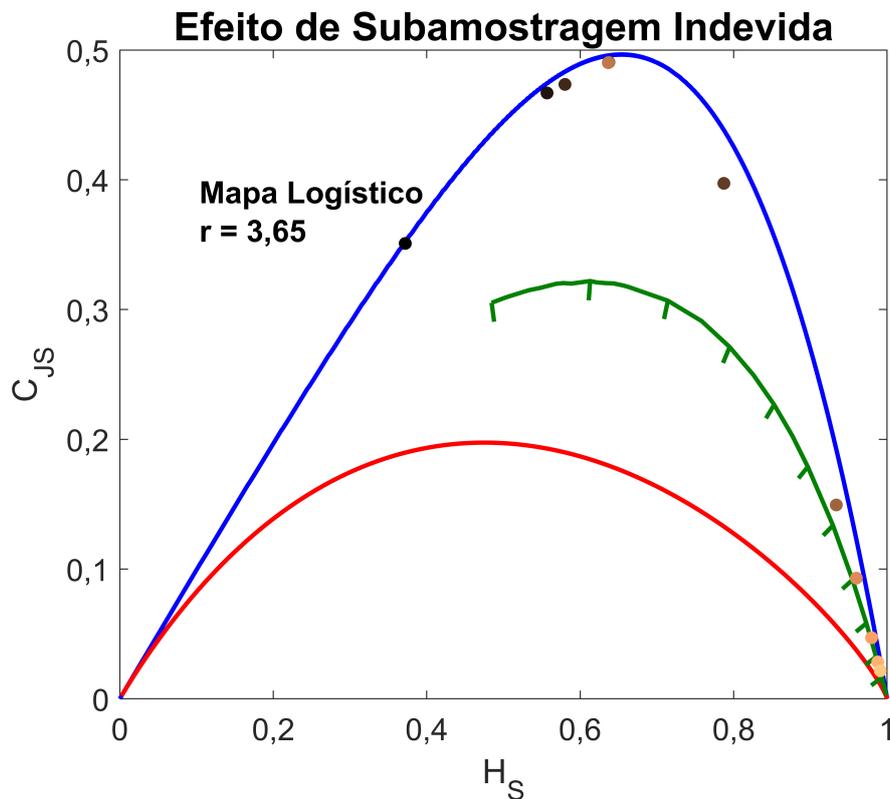


Figura 2.14: Efeito de subamostragem indevida na posição do ponto no plano C-H. Cada ponto representa uma série temporal do mapa Logístico com $r = 3,65$ (caos) mas com fator de subamostragem R_s diferente (variando entre 1 e 14), onde pontos com coloração mais próxima do marrom claro representam séries com R_s maior.

A subamostragem indevida pode ocorrer não apenas por erro humano no tratamento do sinal (escolhendo um R_s muito alto) mas também por taxas de amostragem muito baixas no sistema de aquisição do sinal experimental, efetivamente interferindo nas estruturas do sinal medido.

Por fim, temos a limitação causada pelo uso de filtros. Médias móveis ou outros tipos de filtros para a suavização do sinal também podem afetar drasticamente a posição do ponto no plano C-H. Na Figura 2.15, testamos essa sensibilidade a filtros utilizando uma média móvel de peso gaussiano na série temporal do mapa Logístico (novamente usando $r = 3,65$) e em toda a curva fBm.

Na legenda, os números entre parênteses representam o número de pontos vizinhos considerados na média móvel. Podemos observar que uma média móvel com poucos vizinhos pode afetar tanto um sinal estocástico, como é o caso dos que formam a curva fBm, quanto um sinal caótico, como o caso do mapa Logístico. Isso é um resultado importante pois filtros são comuns no tratamento de sinais e até mesmo cabos de aquisição muito longos podem agir como filtros não-intencionais, alterando a posição do sinal no

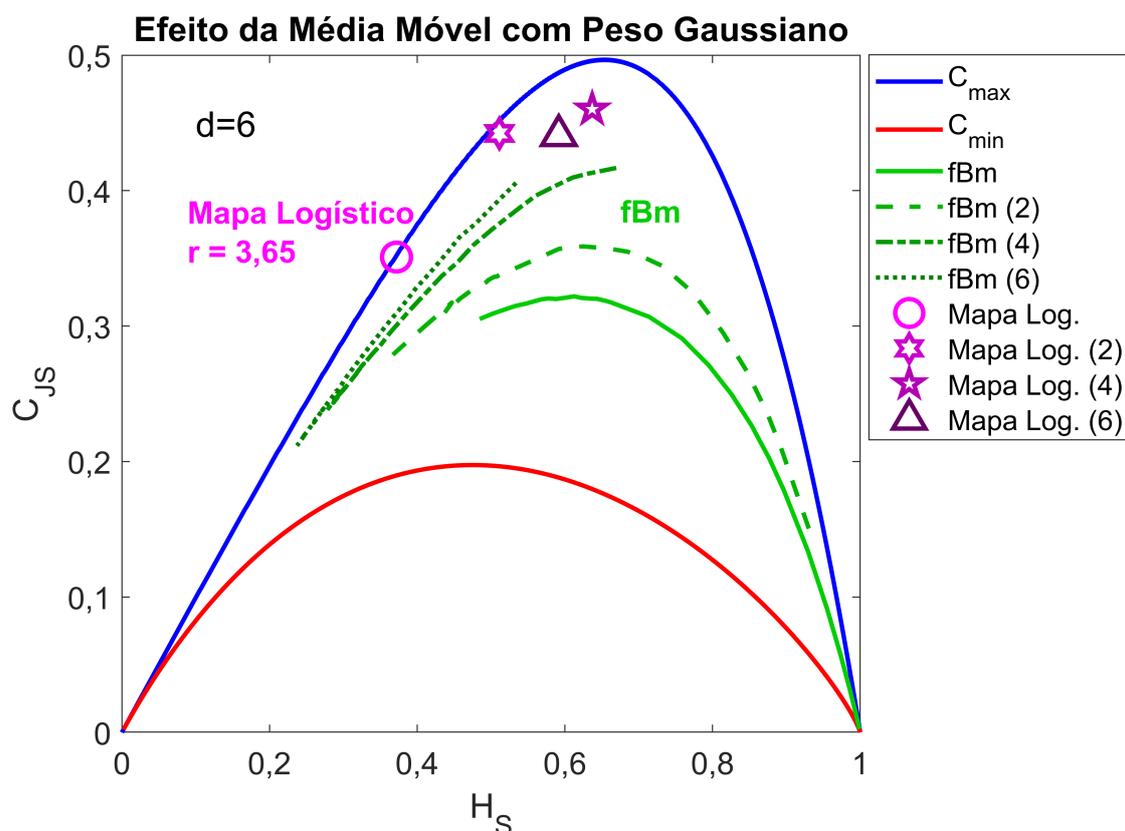


Figura 2.15: Efeito do uso de média móvel com peso gaussiano na suavização das séries temporais da curva fBm e do mapa Logístico. O número entre parênteses na legenda representa o número de pontos vizinhos considerados na média móvel.

plano C-H sem que ninguém perceba a fonte do problema.

Qualquer uma dessas limitações, ou combinação entre elas, pode alterar a posição da representação da série temporal no plano C-H, podendo ainda acarretar numa interpretação errada da natureza dinâmica predominante dos processos envolvidos. Por conta disso, a comparação entre os resultados da análise do diagrama C-H com outros métodos de caracterização da natureza dinâmica, como o Gráficos de Recorrência e a Análise de Quantificação de Recorrência [38–41], e Análise de Multifractalidade [42], é aconselhável sempre que possível. Entretanto, essas limitações não diminuem a importância do método, que é considerado robusto sob embaralhamentos e flutuações de frequência baixa na série temporal.

Capítulo 3

Plasma e Turbulência

Neste capítulo, os conceitos básicos de Física de Plasmas e o transporte anômalo de partículas em plasmas confinados magnéticamente são apresentados. Esses conceitos permitem a interpretação das séries temporais analisadas neste trabalho.

3.1 Plasma

Na física, plasma é um gás ionizado, ou seja, um gás composto por íons e elétrons. O termo foi cunhado em 1928 por Langmuir [43], em referência ao “plasma” sanguíneo. Um átomo em um gás é ionizado quando sofre uma colisão de energia alta o suficiente para arrancar ao menos um elétron. Como a chance dessas colisões energéticas aumenta com a temperatura do gás, temos que uma das formas de ionizar um gás é aquecendo-o a altas temperaturas. É por conta disso que o plasma também é chamado de “quarto estado da matéria”. Na natureza, a ocorrência de plasmas é normalmente restrita a presença de vácuo, caso contrário o ar ao redor do plasma irá esfriá-lo, fazendo com que as partículas carregadas se recombinem em átomos neutros.

A equação de Saha revela o grau de ionização que pode ser esperado em um gás em equilíbrio térmico

$$\frac{n_i}{n_n} \approx 2,4 \times 10^{21} \frac{T^{3/2}}{n_i} \exp\left(-\frac{U_i}{k_B T}\right), \quad (3.1)$$

onde n_i é a densidade de íons, n_n é a densidade de átomos neutros, T é a temperatura do gás, k_B é a constante de Boltzmann, e U_i é a energia de ionização do gás (energia necessária para retirar um elétron da camada de valência do átomo).

Podemos observar através da equação 3.1 que, por conta do termo exponencial, o grau de ionização do gás permanece baixo até que $k_B T$ seja apenas algumas vezes menor que U_i . A partir disso o grau de ionização do gás sobe rapidamente e o gás se torna um

plasma. Entretanto, a equação também mostra que pequenos graus de ionização ocorrem naturalmente em qualquer gás, logo, nem todo gás ionizado é um plasma, mas todo plasma é um gás ionizado. Segundo Chen [44], uma definição útil de plasma é:

“Plasma é um gás quase-neutro de partículas neutras e carregadas que exibem comportamento coletivo.” (em tradução livre).

Existem duas palavras-chave nessa definição: “quase-neutro” e “comportamento coletivo”. A quase-neutralidade do plasma vem do fato de que ele é neutro o suficiente para que as densidades de elétrons e íons sejam aproximadamente as mesmas (neutralidade macroscópica), mas não completamente neutro, de tal forma que as forças eletromagnéticas desapareceriam. O comportamento coletivo do plasma se refere ao fato de que o movimento das partículas carregadas no plasma gera campos magnéticos e pode gerar concentrações locais de cargas positivas ou negativas, que por sua vez geram campos elétricos. Esses campos afetam o movimento das outras partículas no plasma como um todo, gerando o que é chamado de comportamento coletivo. Partículas neutras em gases não-ionizados, por outro lado, tem seu movimento dominado apenas por colisões com partículas vizinhas.

Com base nessas duas características fundamentais, é possível definir três condições que um gás ionizado deve satisfazer para que ele possa ser considerado um plasma.

3.1.1 Blindagem de Debye

A primeira condição vem da quase-neutralidade. O plasma tem a habilidade de blindar potenciais elétricos aplicados nele, garantindo a quase-neutralidade mesmo quando concentrações de carga surgem naturalmente durante o movimento das partículas ou quando potenciais elétricos externos são introduzidos no plasma. Por conta das cargas livres presentes no plasma, todo potencial aplicado nele irá causar um acúmulo de cargas ao redor desse potencial, criando uma camada de blindagem chamada de blindagem de Debye (Figura 3.1).

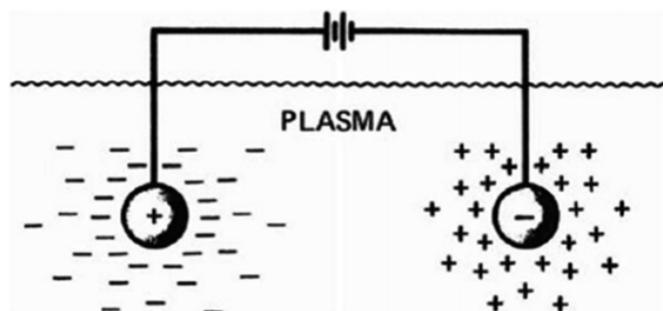


Figura 3.1: Blindagem de Debye causada pela imersão de duas esferas carregadas no plasma (retirada da referência 44).

Entretanto, a presença de uma energia térmica finita permite com que as partículas na borda dessa camada de blindagem (onde o potencial é fraco) tenham energia térmica suficiente para escapar do poço potencial, o que torna essa blindagem imperfeita. A borda dessa camada de blindagem então é definida pelo raio onde as energias térmica e potencial elétrica se igualam.

Para calcular a espessura dessa camada de blindagem, podemos considerar o caso unidimensional de uma grade dielétrica plana carregada positivamente, com potencial ϕ_0 em relação ao infinito, imersa num plasma infinito. Neste caso os elétrons são atraídos pela grade, enquanto que os íons são repelidos. Vamos considerar $m_e/m_i \ll 1$, de tal forma que os íons não se movem de maneira significativa na escala de tempo do experimento, mas formam um fundo de carga positiva. Nas condições de equilíbrio, a função de distribuição da densidade de elétrons e íons numa região com potencial ϕ é dada pela função de distribuição de Maxwell-Boltzmann

$$f(u) = A \exp\left(-\left(\frac{1}{2}u^2 + q\phi\right)/k_B T\right), \quad (3.2)$$

onde A é uma constante de normalização, $f_\alpha(u) du$ é o número de partículas (íons ou elétrons) por m^3 com velocidade entre u e $u + du$, q é a carga das partículas, e T é a temperatura da partículas.

Logo, para o caso dos elétrons, sua densidade será dada por

$$n_e = \int_0^\infty f_e(u) du = B \exp\left(\frac{e\phi}{k_B T_e}\right), \quad (3.3)$$

onde a constante B é determinada pela condição de contorno

$$n_e(\phi = 0) = n_e(x \rightarrow \infty) = n.$$

Portanto, temos que

$$n_e = n \exp\left(\frac{e\phi}{k_B T_e}\right). \quad (3.4)$$

Para o caso dos íons, a densidade será $n_i = n$ por estarem longe da grade, onde o potencial é zero. Note que $n_i(x \rightarrow \infty) = n_e(x \rightarrow \infty) = n$ vem da quase-neutralidade. Podemos agora utilizar a equação de Poisson unidimensional para obter o potencial ϕ :

$$\nabla^2 \phi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}, \quad (3.5)$$

$$\varepsilon_0 \frac{d^2 \phi}{dx^2} = -e(n_i - n_e) = e n \left[\exp\left(\frac{e\phi}{k_B T_e}\right) - 1 \right]. \quad (3.6)$$

Na região distante da grade, tal que $|e\phi/k_B T_e| \ll 1$, podemos expandir o termo exponencial na equação 3.6 em série de Taylor. Mantendo apenas o termo de primeira ordem da expansão, obtemos

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} = \frac{n e^2}{\varepsilon_0 k_B T_e} \phi, \quad (3.7)$$

cuja solução pode ser escrita como

$$\phi = \phi_0 \exp\left(\frac{-|x|}{\lambda_D}\right), \quad (3.8)$$

sendo

$$\lambda_D \equiv \left(\frac{\varepsilon_0 k_B T_e}{n e^2}\right)^{1/2} \quad (3.9)$$

o comprimento de Debye. Essa medida nos dá uma ordem de grandeza para a espessura da blindagem. Para cada múltiplo do comprimento de Debye, o potencial cai por um fator de $1/e$ (onde nesse caso e é o número de Euler). O potencial ϕ pode ser visualizado na Figura 3.2.

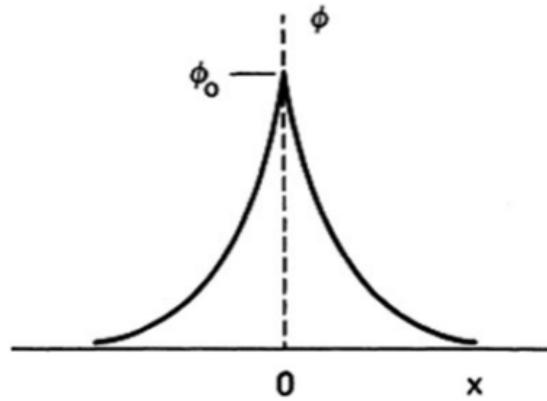


Figura 3.2: Efeito da blindagem de Debye no potencial ϕ_0 aplicado no plasma por uma malha dielétrica em $x = 0$ (retirada da referência 44).

Utilizando o comprimento de Debye, podemos definir o critério de quase-neutralidade do plasma como

$$\lambda_D \ll L, \quad (3.10)$$

onde L é a dimensão do sistema.

Ou seja, a primeira condição é que a blindagem de Debye tenha uma espessura ordens de grandeza inferior à dimensão do sistema, de tal forma que a maior parte do plasma se

mantenha livre de potenciais e campos elétricos altos.

3.1.2 Esfera de Debye

A segunda condição também vem da quase-neutralidade. Para que a blindagem possa ser válida, o número de partículas deve ser o suficiente para criar uma nuvem ao redor do potencial aplicado. Dessa forma, podemos calcular o número de partículas em uma esfera de Debye

$$N_D = n \frac{4}{3} \pi \lambda_D^3. \quad (3.11)$$

Portanto, o segundo critério pode ser escrito como

$$N_D \gg 1. \quad (3.12)$$

3.1.3 Frequência de Colisões

A última condição para que um gás ionizado possa ser considerado um plasma vem do comportamento coletivo. Para que o movimento das partículas no plasma seja regido por interações eletromagnéticas, garantindo assim um comportamento coletivo, é necessário que a frequência de oscilações do plasma seja maior que a frequência de colisões com átomos neutros. Caso contrário, o comportamento seria dominado pelas colisões e o plasma poderia ser tratado como um gás neutro.

Seja ω a frequência típica das oscilações no plasma e τ o tempo médio de colisões das partículas com átomos neutros, podemos escrever essa última condição como

$$\omega\tau > 1. \quad (3.13)$$

3.2 A Fusão Termonuclear Controlada

Uma das aplicações do plasma, e provavelmente a mais importante delas, é a fusão termonuclear controlada. O processo de fusão nuclear ocorre quando dois núcleos leves se combinam para formar um núcleo mais pesado, porém de massa menor que a soma das massas iniciais, onde a diferença de massa é convertida em energia pela equação de Einstein. O termo “controlada” vem do objetivo de usar essa reação não como uma arma de destruição em massa, como o caso da bomba de hidrogênio, mas como uma fonte de energia capaz de compor a matriz energética.

O foco atual da fusão nuclear está na reação entre deutério e trítio, dois isótopos do hidrogênio, descrita como



onde n representa um nêutron, D representa deutério (${}^2\text{H}$) e T representa trítio (${}^3\text{H}$).

Para que essas reações nucleares possam ocorrer, é necessário que os íons tenham energia térmica o suficiente para superar as forças de Coulomb repulsivas e se aproximarem o suficiente para que a força nuclear forte possa atraí-los. O interesse na reação dos isótopos do hidrogênio se dá pelas menores energias térmicas necessárias para superar as forças de Coulomb que outros núcleos de maior número atômico, além da abundante fonte de matéria prima (deutério, por exemplo, existe naturalmente como uma parte em ~ 6.000 de água). O termo “termo” em termonuclear vem dessa necessidade de energias térmicas altas, o que também conecta essa aplicação a física de plasmas.

Portanto, fica claro que, para atingir a fusão controlada, é necessário gerar um plasma a altas temperaturas e confiná-lo por tempo suficiente para que as reações nucleares aconteçam. Estrelas utilizam de sua gravidade para confinar o plasma, permitindo assim que as reações de fusão aconteçam no seu interior. No laboratório, por outro lado, devemos buscar outras formas de confiná-lo. Portanto, o confinamento se torna essencial para a viabilização da fusão termonuclear controlada.

3.3 Tokamaks

Uma das maneiras de confinar o plasma é através de campos magnéticos. Dentre as máquinas desenvolvidas para tal objetivo estão os tokamaks, que são considerados candidatos promissores para se tornarem o núcleo de um futuro reator de fusão nuclear [3]. A palavra tokamak é um acrônimo para *Toroidal'naya Kamera s Magnitnymi Katushkami* que significa Câmara Toroidal com Bobinas Magnéticas (em tradução livre do russo). Como o nome pode indicar, os tokamaks foram criados na Rússia, antiga União Soviética, e o primeiro tokamak, chamado de TMB, foi construído em 1955 [45].

O tokamak pode ser definido como uma máquina composta de um vaso toroidal com vácuo em seu interior, e transformadores primários e secundários para geração de um campo magnético poloidal \mathbf{B}_θ e bobinas externas para a geração de um campo magnético toroidal \mathbf{B}_ϕ . O campo resultante dentro do vaso é um campo magnético helicoidal $\mathbf{B} = \mathbf{B}_\theta + \mathbf{B}_\phi$ (Figura 3.3).

A necessidade do campo magnético toroidal é fácil de entender, afinal gostaríamos que nossas partículas tivessem seu movimento confinado às linhas de campo magnético

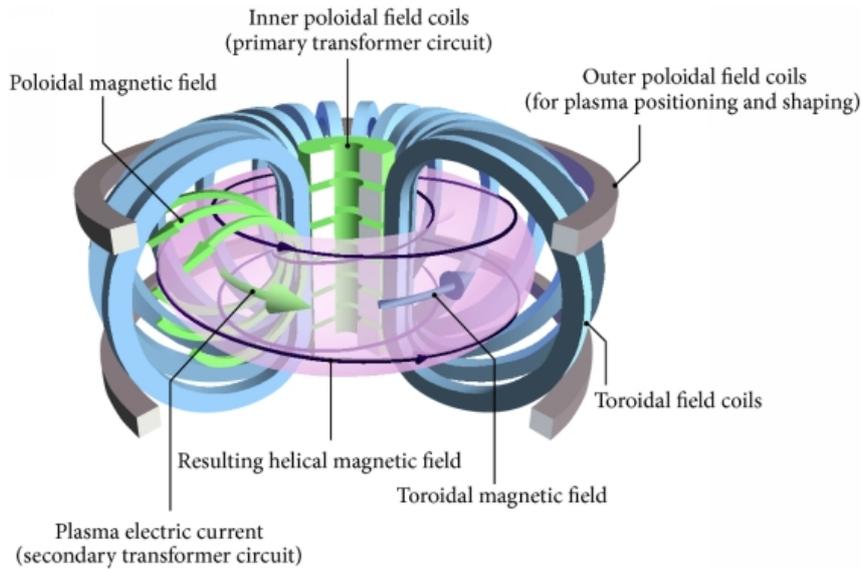


Figura 3.3: Linhas de campo magnético em tokamaks (retirada da referência 46).

toroidais, girando em torno dessas linhas com frequência ciclotrônica e raio definido pelo raio de Larmor. Entretanto, tanto a curvatura do campo magnético (dada pelo raio maior do toroide) quanto seu gradiente geram forças de derivas não-desprezíveis que tendem a separar as cargas e jogá-las em direção a parede do vaso. A velocidade de deriva total gerada por essas duas componentes é

$$\mathbf{v}_R + \mathbf{v}_{\nabla B} = \frac{m}{q} \frac{\mathbf{R}_c \times \mathbf{B}}{\mathbf{R}_c^2 B^2} \left(v_{\parallel}^2 + \frac{1}{2} v_{\perp}^2 \right), \quad (3.15)$$

onde m é a massa da partícula, q é a carga da partícula, \mathbf{R}_c é o raio de curvatura do campo magnético, \mathbf{B} é o campo magnético (puramente toroidal na situação estudada), v_{\parallel} é a velocidade paralela ao campo da partícula, e v_{\perp} é a velocidade perpendicular ao campo da partícula.

Como consequência dessas forças de deriva que são causadas diretamente pelo campo magnético no vaso toroidal, haveria a separação das partículas de cargas opostas por conta das duas derivas anteriores. Essa separação geraria um campo elétrico poloidal, que por sua vez daria origem a uma força de deriva dada por

$$\mathbf{v}_E = \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{B^2}, \quad (3.16)$$

onde \mathbf{E} é o campo magnético radial criado pela separação das cargas.

Todas essas forças de deriva conspiram contra o objetivo de confinamento do tokamak, jogando as partículas na parede do vaso. É para lidar com essas derivas que o campo poloidal foi introduzido, fazendo com que as partículas girssem na direção poloidal,

efetivamente impedindo que as cargas sejam separadas (e o campo radial E seja criado), anulando, em média, o efeito dessas derivas.

O campo magnético total do tokamak define superfícies magnéticas toroidais (Figura 3.4), onde os parâmetros do plasma como densidade, temperatura e pressão tendem a ser constantes. É por conta disso que perfis radiais desses parâmetros é uma forma de análise válida para plasmas confinados em tokamaks.

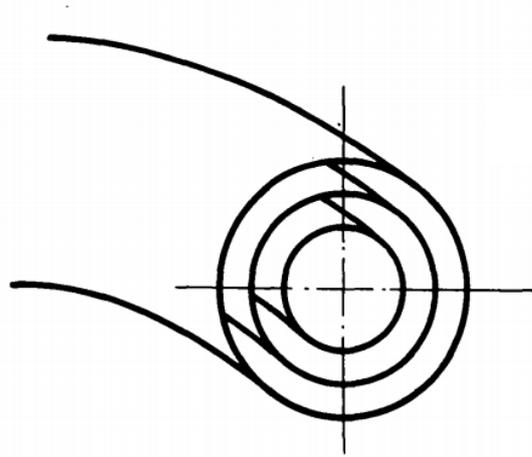


Figura 3.4: Superfícies magnéticas toroidais de um tokamak (retirada da referência 47).

Em tokamaks, o plasma é confinado a uma região chamada de “coluna de plasma”, que é delimitada pela *Last Closed Magnetic Surface* (LCMS), que significa última superfície magnética fechada (em tradução livre). A posição radial dessa superfície na seção transversal do vaso toroidal é definida pelo limitador, um material em contato com a borda do plasma que intercepta as linhas de campo que vão além de sua posição radial, ou um divisor, que é uma configuração no campo magnético que confina o plasma numa região delimitada por uma separatriz. A região entre a LCMS (ou separatriz, no caso de divisores) e a parede do vaso é chamada de *Scrape-Off Layer* (SOL), que significa região de raspagem (em tradução livre), em referência as linhas de campo magnético abertas que raspam no limitador (ou no divisor) ou na parede do vaso. As configurações por limitador e divisor podem ser vistas na Figura 3.5.

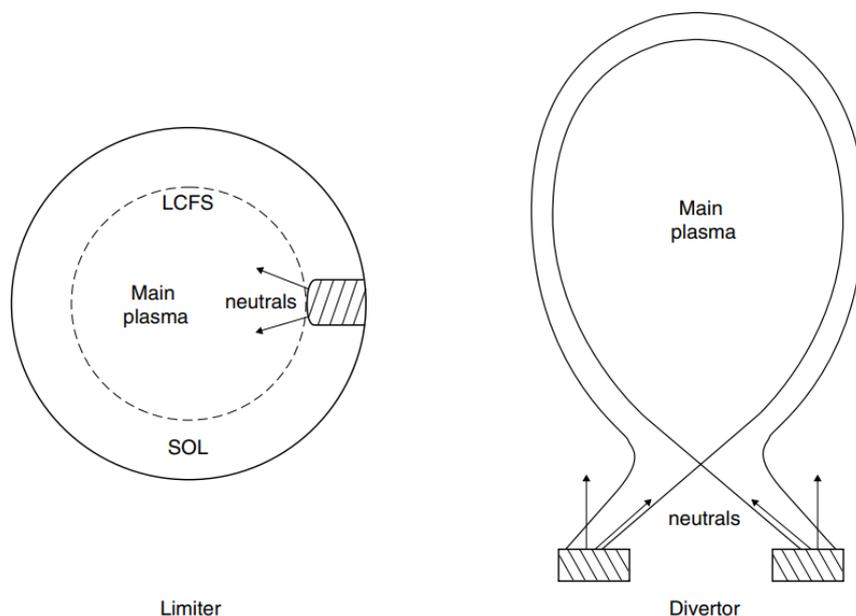


Figura 3.5: Configuração por divisor (à direita) e por limitador (à esquerda) em tokamaks (retirada da referência 48).

3.4 Turbulência e o Transporte Anômalo

No início das pesquisas em fusão nuclear, acreditava-se que o transporte radial de partículas, também descrito como transporte perpendicular (em relação as linhas de campo magnético) ou transporte transversal ao campo, era governado pelos processos colisionais e bem descrito pelo modelo difusivo clássico. Entretanto experimentos mostraram que o coeficiente de difusão encontrado era ordens de grandeza maior que o previsto. Isso significa que o transporte radial era muito maior que o esperado, algo com implicações claras na qualidade do confinamento.

Mais tarde, o modelo clássico foi adaptado para levar em conta a geometria toroidal dos tokamaks (pois no modelo clássico, a difusão era calculada em uma geometria cilíndrica [47]), o que levou a um novo coeficiente de difusão teórico, que era maior que o previsto pelo modelo clássico. Entretanto, esse novo modelo, chamado de modelo “neoclássico” [49], ainda não era capaz de explicar o transporte radial observado experimentalmente, sendo que o novo coeficiente de difusão teórico permanecia significativamente menor que o observado [5]. Essa diferença entre o transporte previsto pelo modelo neoclássico e o observado experimentalmente ficou conhecida como “transporte anômalo”.

As flutuações eletrostáticas turbulentas [50, 51] foram identificadas como as maiores responsáveis por esse anômalo de partículas na região de borda e SOL do plasma [6]. Essas flutuações turbulentas têm amplitudes muito grandes, que aumentam com a posição radial

(Figura 3.6), e parecem corresponder a uma turbulência de banda larga com picos intermitentes [7]. Diminuir a turbulência nessa região implicaria na melhora de confinamento e no isolamento do interior do plasma, permitindo densidades e temperaturas internas maiores. A soma desses fatores deixa claro a importância de tentar entender, e quem sabe até controlar, a turbulência nessa região.

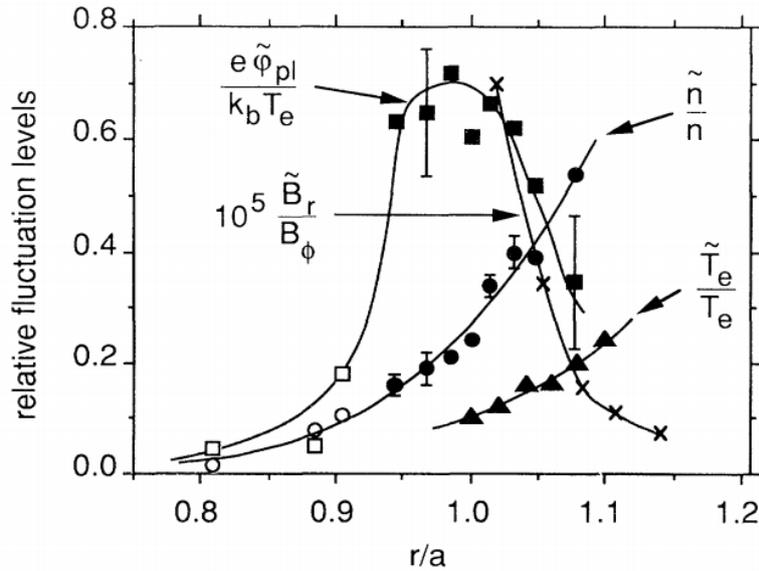


Figura 3.6: Aumento das amplitudes das flutuações locais de diversos parâmetros do plasma em função da posição radial no tokamak TEXT (retirada da referência 52).

Os picos intermitentes que se observa na turbulência, chamados de *bursts*, tem características universais [53], ou seja, características similares em diversos tipos de máquinas de confinamento magnético. Eles são causados por estruturas coerentes de alta densidade em comparação ao fundo (Figura 3.7) que se propagam radialmente na região de borda e SOL do plasma, aparecendo como bolhas num plano bidimensional perpendicular ao campo magnético, ou como filamentos alinhados ao campo numa vista tridimensional. O transporte desse tipo de estrutura, portanto, não pode ser bem descrito pelos modelos difusivos e precisa do desenvolvimento de novos modelos (um dos mais aceitos atualmente é o modelo de transporte convectivo apresentado na referência 54).

Por conta de sua aparência, essas estruturas coerentes também são chamadas de *blob-filaments* [54] (ou apenas *blobs*). Outras nomenclaturas para essas estruturas existem na literatura, como *avaloids* [55], e *turbulent eddies (cells)* [56]. Além disso, alguns autores se referem a grupos dentre essas estruturas com características específicas usando nomenclaturas diferentes. No escopo deste trabalho, não iremos tentar diferenciar as estruturas coerentes e iremos apenas focar em sua representação nos sinais turbulentos como *bursts*.

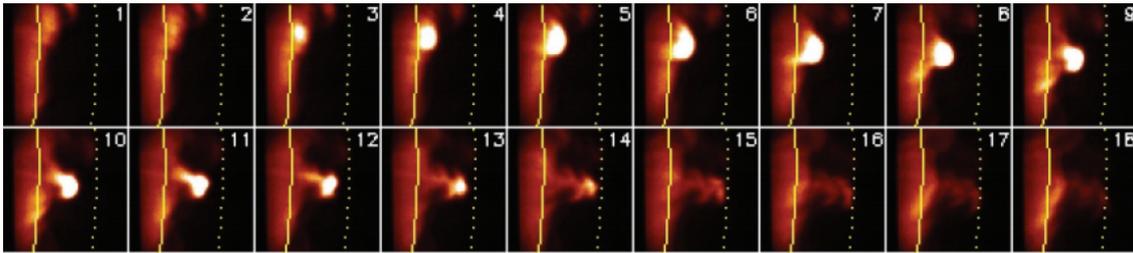


Figura 3.7: Criação e propagação das estruturas coerentes no tokamak esférico NSTX vista através de *Gas-Puff Imaging* (GPI) (retirada da referência 54).

Para decidir quais modelos seriam mais interessantes para descrever o transporte na região de borda e SOL do plasma, é necessário tentar descobrir a influência do transporte difusivo e não-difusivo nas flutuações eletrostáticas turbulentas. Um modelo difusivo implicaria numa flutuação dominada por eventos estocásticos, enquanto que um modelo convectivo implicaria em uma flutuação com forte componente determinística. Dessa forma, o uso do diagrama de complexidade-entropia, por ser capaz de revelar a natureza dinâmica predominante dos processos subjacentes a séries temporais, pode ser capaz de indicar qual tipo de transporte é predominante nas flutuações turbulentas observadas.

Capítulo 4

Configuração Experimental

Neste capítulo, as configurações experimentais do sinal analisado são apresentadas. As séries temporais analisadas neste trabalho consistem de sinais de corrente de saturação iônica coletados por sondas de Langmuir na região de borda do plasma gerado e confinado pelo tokamak TCABR. Os experimentos analisados neste trabalho foram medidos em descargas ocorridas no segundo semestre de 2015, pelos doutores Wilson Andres Hernandez Baquero e Gustavo Guedes Grenfell, durante seus respectivos trabalhos de doutorado [57] e mestrado [58].

4.1 O Tokamak TCABR

O *Tokamak Chauffage Alfvén Brésilien*, ou TCABR, foi projetado e construído no CRPP (*Centre de Recherches en Physique des Plasmas*), em Lausanne, Suíça, onde operou de 1980 até 1992, aproximadamente. Anos depois de encerrar suas operações, o tokamak foi transferido para o Laboratório de Física de Plasmas da Universidade de São Paulo, onde o tokamak foi remontado, modificado, e ganhou seu nome atual.

O TCABR (Figura 4.1) é considerado um tokamak de porte médio, com raio maior $R = 0,61$ m, raio menor $a = 0,18$ m, campo magnético central $B = 1,1$ T, corrente de plasma $I_p \leq 100$ kA, densidade de plasma $n \leq 3 \times 10^{19}$ m⁻³, e temperatura eletrônica central $T_e \leq 650$ eV. Os disparos (ou descargas) usuais realizados nesta máquina duram cerca de 100 ms com um platô de corrente de plasma relativamente estável com duração entre 40 ms e 60 ms [59].

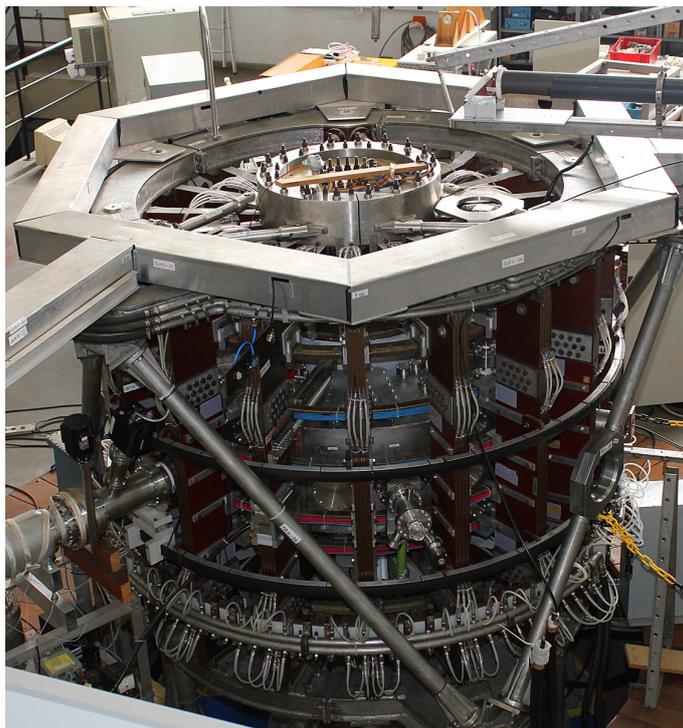


Figura 4.1: Foto do tokamak TCABR (fotografia por Marcos Santos/USP imagens).

4.2 As Sondas de Langmuir

As sondas de Langmuir [60], ou sondas eletrostáticas, foram inventadas pelo físico Irving Langmuir e seu assistente-chefe Harold M. Mott-Smith. Essas sondas consistem de eletrodos colocados no plasma que podem estar polarizados em relação a parede do vaso. Através das medições de corrente e potencial realizadas por meio dessas sondas, podemos estimar diversos parâmetros importantes do plasma na posição onde a sonda está colocada, como o potencial do plasma, a temperatura e a densidade eletrônica local. Por conta do contato direto entre a sonda e o plasma, o uso deste tipo de diagnóstico fica limitado a estudos na região de borda do plasma de tokamaks, onde os valores de temperatura e densidade do plasma não chegam a danificar o material e a eletrônica da sonda. Um desenho esquemático de uma sonda de Langmuir pode ser visto na Figura 4.2.

A teoria da bainha de plasma [4, 44, 61] descreve a interação entre o plasma e um material condutor imerso nele, sendo muito importante para interpretar a curva característica das sondas de Langmuir. Segundo ela, quando um material condutor é imerso em plasma, ele adquire uma carga líquida negativa em relação ao potencial do plasma, por conta do fluxo de elétrons ser maior que o fluxo de íons para a mesma densidade de partículas. Esse potencial negativo do material irá repelir os elétrons e atrair os íons, diminuindo o fluxo de elétrons e aumentando o fluxo de íons próximos a superfície do material. Eventualmente, o fluxo de partículas próximas a superfície do material se torna ambipolar, criando uma

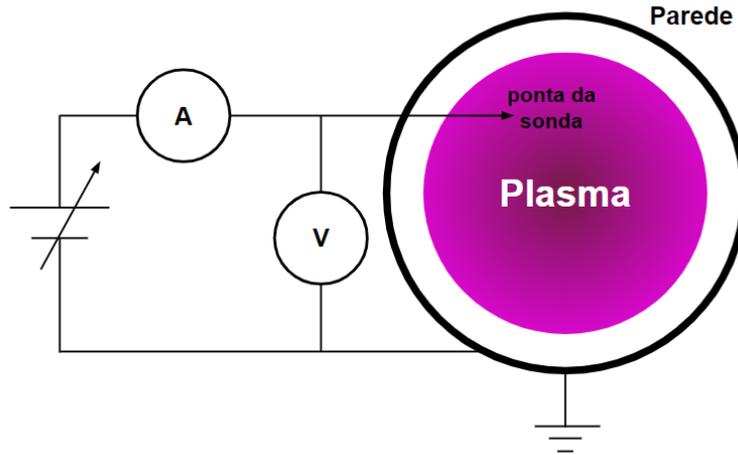


Figura 4.2: Esquema ilustrativo e simplificado do funcionamento de uma sonda de Langmuir. Para determinado valor de potencial aplicado na sonda, é possível medir valores de potencial e corrente do plasma.

região entre a superfície e o plasma onde as densidades de íons e elétrons não são as mesmas. Essa região é conhecida como região da bainha de plasma e tem espessura da ordem do comprimento de Debye.

Segundo a teoria da bainha de plasma, a curva característica dessas sondas, na região em que $V \ll V_p$, pode ser estimada como

$$I_p(V) = I_{si} - I_{se} \exp\left(e \frac{V - V_p}{k_B T_e}\right), \quad (4.1)$$

onde I_p é a corrente local do plasma medida pela sonda, I_{si} é a corrente de saturação iônica, I_{se} é a corrente de saturação eletrônica, e é a carga elementar, V é o potencial aplicado na sonda, V_p é o potencial local do plasma medido pela sonda, k_B é a constante de Boltzmann, T_e é a temperatura eletrônica. Essa curva característica pode ser visualizada na Figura 4.3, em termos da densidade de corrente ao invés da corrente na sonda. A vantagem de escrever a equação 4.1 em termos de densidade de corrente é que nesse caso não é necessário considerar os efeitos da expansão da bainha de plasma [57]. Ao fazer o potencial na sonda variar entre vários valores, é possível obter a temperatura eletrônica através de um ajuste de sua curva característica [62, 63].

Quando o potencial aplicado na sonda é negativo, apenas os elétrons com energia suficiente para superar a barreira potencial serão coletados pela sonda. Como podemos perceber pela equação e pelo gráfico, para valores bem negativos de potencial aplicado na sonda, a corrente se torna aproximadamente constante e será composta apenas por íons. Essa corrente é a corrente de saturação iônica, I_{si} .

Já quando a corrente coletada pela sonda é nula, o potencial aplicado na sonda é

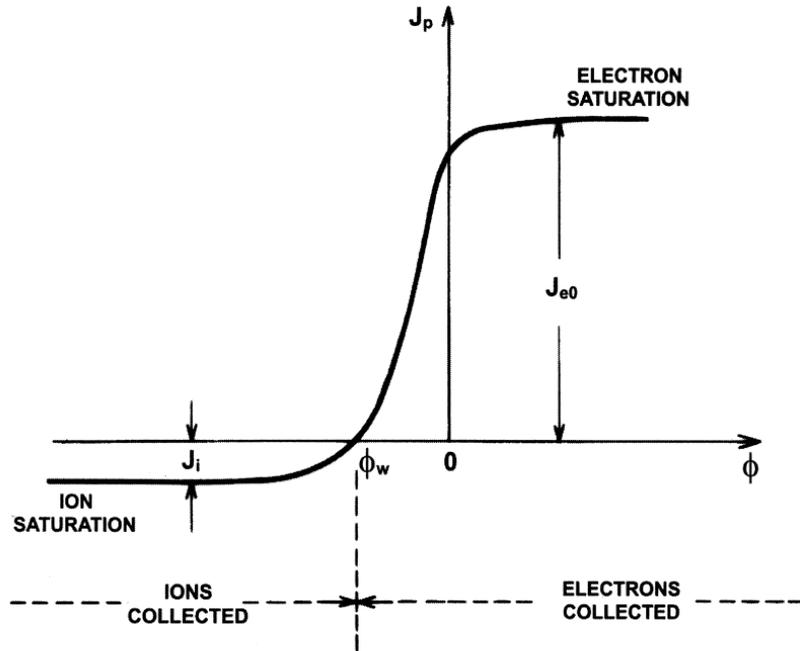


Figura 4.3: Curva característica das sondas de Langmuir (retirada da referência 4). Na imagem, ϕ representa o potencial aplicado na sonda, J_p a densidade de corrente de plasma medida, ϕ_w o potencial flutuante, J_i a densidade de corrente de saturação iônica, e J_{e0} a densidade de corrente de saturação eletrônica.

chamado de potencial flutuante, V_f . Utilizando que $I_p(V_f) = 0$ na equação 4.1, obtemos

$$V_f = V_p - \ln \left(\frac{I_{si}}{I_{se}} \right) T_e, \quad (4.2)$$

o que nos permite reescrever a equação 4.1 como

$$I_p(V) = I_{si} \left[1 - \exp \left(e \frac{V - V_f}{k_B T_e} \right) \right]. \quad (4.3)$$

A densidade local do plasma pode ser calculada como

$$n = \frac{|I_{si}|}{eA} \sqrt{\frac{2\pi m_i}{k_B T_e}}, \quad (4.4)$$

onde A é a área da sonda e m_i é a massa do íon. Logo, temos que as flutuações de densidade local do plasma podem ser estudadas através da medida da corrente de saturação iônica coletada pela sonda, já que $n \propto I_{si}$.

4.2.1 Sondas Utilizadas

Neste trabalho, analisamos sinais de corrente de saturação iônica coletados por duas sondas: a sonda de 5 pinos e a sonda rake.

A sonda de 5 pinos consiste de uma sonda de geometria poloidal com 5 pinos de aquisição, podendo medir até 5 sinais simultâneos de corrente e tensão para uma mesma posição radial, porém em diferentes posições toroidais e poloidais.

A sonda rake é uma sonda de 18 pinos de aquisição, distribuídos radialmente. É possível medir até 18 sinais simultâneos de corrente e tensão para 18 posições radiais diferentes. Esta sonda é muito útil para estudar mais detalhadamente perfis radiais de grandezas que dependam da corrente ou tensão medidas pela sonda por conta de todos os sinais serem obtidos no mesmo disparo, removendo da análise as variações que ocorrem entre disparos.

Ambas as sondas tem uma taxa de aquisição de 2 MHz. A geometria dessas sondas em comparação com a geometria toroidal de um tokamak pode ser observada no esquema ilustrativo da Figura 4.4.

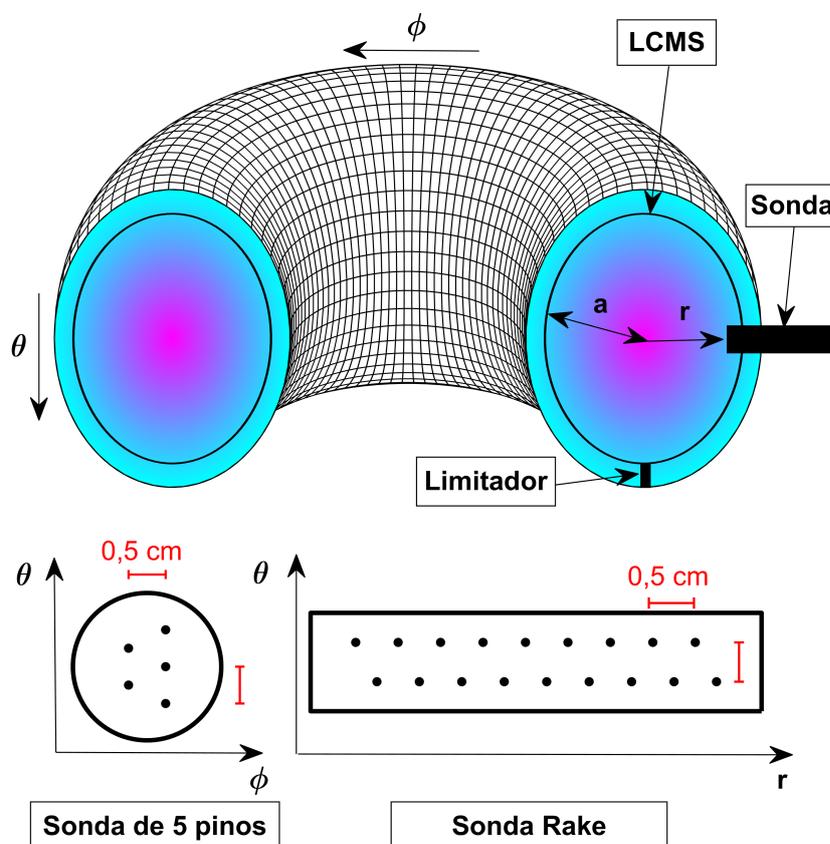


Figura 4.4: Geometria das sondas utilizadas para a captação dos sinais de corrente e tensão na região de borda e SOL do plasma no tokamak TCABR.

Na Figura 4.4, r representa a posição radial da sonda, a o raio menor da coluna de plasma, que é a distância do centro da coluna de plasma até a LCMS. As posições radiais dos sinais de corrente de saturação iônica coletados pelas sondas serão apresentadas futuramente nas análises como r/a . Dessa forma, a posição $r/a = 1$ corresponde a LCMS, facilitando a identificação das regiões de borda e SOL.

4.3 Confinamento Melhorado no TCABR

Um dos experimentos realizados no tokamak TCABR consiste em polarizar um eletrodo de grafite, de 9 mm de comprimento e 20 mm de diâmetro, na borda da coluna de plasma (no plano vertical da câmara toroidal do tokamak, como mostra a Figura 4.5) e analisar o seu efeito em sinais coletados por diagnósticos diferentes. O sistema montado permite a movimentação do eletrodo até 2 cm para dentro do plasma ou até 3 cm para fora, com uma tensão máxima de 750 V, e uma corrente máxima de 200 A, num pulso quadrado de até 20 ms de duração. Assim como acontece com sondas de Langmuir, o uso desse tipo de eletrodo é facilitado pelo fato do TCABR ser uma máquina de menor porte.

O potencial aplicado no eletrodo cria um campo elétrico radial que aumenta a rotação poloidal do plasma através da força de Lorenz. Esse aumento na rotação poloidal do plasma é algumas vezes chamado de aumento no cisalhamento do fluxo $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$.

O efeito da polarização do eletrodo nas flutuações do plasma é a supressão da turbulência observada na região de borda, acarretando na melhora do confinamento [64]. Essa melhora no confinamento é interpretada como a criação de uma barreira de transporte na região de borda da coluna de plasma. O mecanismo dessa melhora do confinamento ainda não é completamente entendido [65], porém há dois modelos que já foram utilizados para interpretar os resultados do tokamak TCABR: o primeiro é que a barreira de transporte se dá pela quebra das estruturas coerentes [56], enquanto que o segundo se dá pela redução do transporte caótico através das ondas de deriva [66, 67].

Por conta dessa melhora no confinamento, os disparos onde o eletrodo foi aplicado com tensão não-nula são chamados de disparos com confinamento melhorado. Neste trabalho, chamaremos esses tipos de disparos de “disparos perturbados” (em referência a ação do eletrodo) em oposição aos disparos comuns que chamaremos de “disparos não-perturbados”.

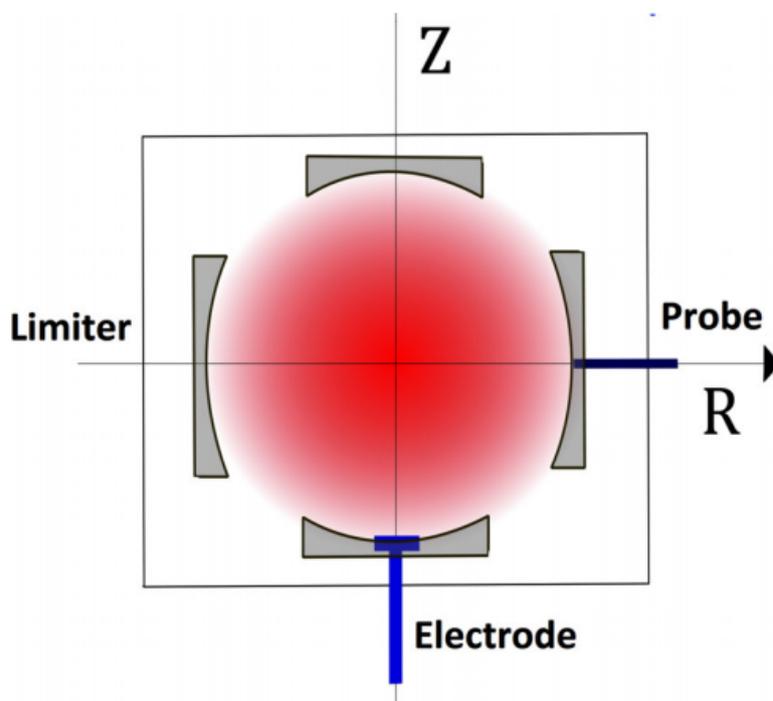


Figura 4.5: Esquema representando a localização do eletrodo na câmara do tokamak TCABR (retirada da referência 56). Note que, no caso do tokamak TCABR, a câmara toroidal tem uma seção transversal retangular, porém a coluna de plasma tem seção transversal circular por conta dos limitadores. Nesta ilustração, a sonda, o limitador, e o eletrodo estão sobrepostos na mesma seção transversal apenas para mostrar sua posição relativa, entretanto, na realidade esses elementos estão distribuídos em posições toroidais diferentes.

4.4 Os Disparos Analisados

4.4.1 Disparos Não-Perturbados

As condições da maioria dos disparos não-perturbados (sem a aplicação do eletrodo polarizado) utilizados neste trabalho têm suas principais características exemplificadas na Figura 4.6. Esses disparos são marcados principalmente por uma atividade MHD baixa, e um platô relativamente estável de corrente de plasma e densidade eletrônica.

Na Figura 4.6a, vemos a evolução da corrente de plasma (medida por uma bobina de Rogowski), que começa a subir, atinge um platô relativamente estável perto dos 40 ms, e volta a descer perto dos 100 ms. Na Figura 4.6b, podemos observar a evolução da densidade eletrônica do plasma (medida pelo uso de interferometria) durante o disparo. Na Figura 4.6c, temos o sinal de tensão coletado pelas bobinas de Mirnov, que correspondem às oscilações magnéticas do plasma por conta da lei de indução de Faraday, sendo portanto usado para indicar a atividade MHD do plasma. Baixa atividade MHD no contexto deste

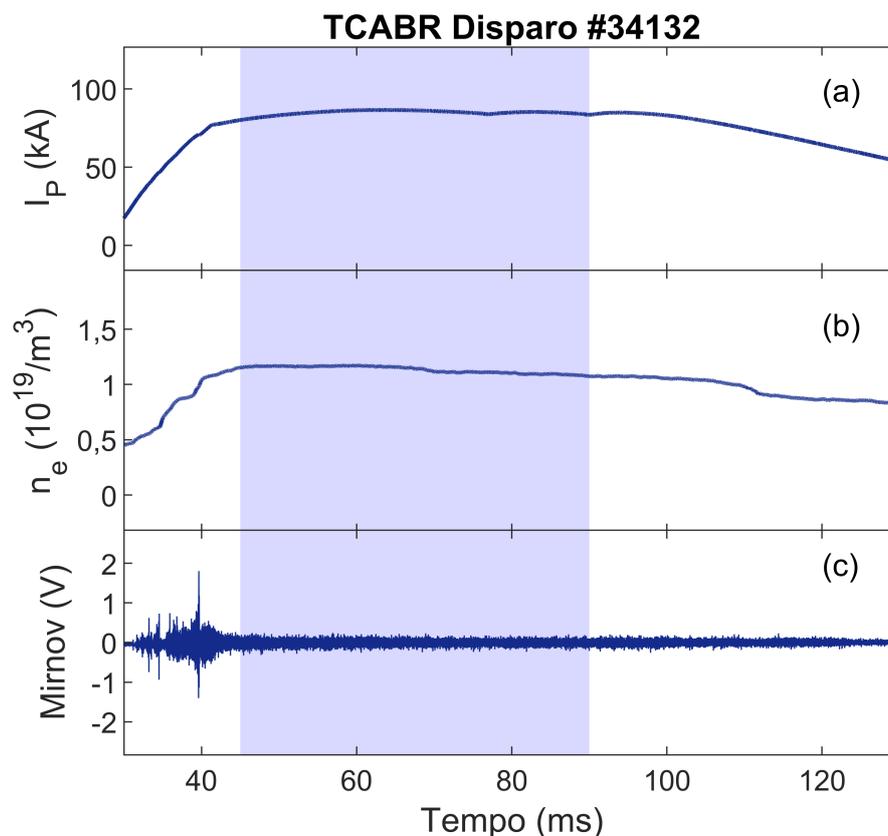


Figura 4.6: Características usuais do plasma nos disparos não-perturbados (modo de confinamento normal) analisados. A região sombreada marca o intervalo de tempo correspondente aos sinais analisados, escolhido por ser um intervalo com corrente de plasma (a) e densidade eletrônica (b) relativamente estáveis. Note que o sinal da bobina de Mirnov (c) mostra pouca atividade MHD.

trabalho significa oscilações de baixas amplitudes do sinal das bobinas de Mirnov na região de platô da corrente de plasma.

Definindo um intervalo entre 45 ms e 90 ms (região sombreada da figura), obtemos condições estáveis para a corrente de plasma e densidade eletrônica, além de uma atividade MHD baixa. Portanto as séries temporais turbulentas analisadas correspondem a esse intervalo de tempo dos disparos não-perturbados. Como as sondas tem uma taxa de aquisição de 2 MHz, as séries temporais correspondentes a esse intervalo terão 90.000 pontos.

Para as sondas de 5 pinos, os disparos não-perturbados analisados estão marcados na tabela 4.1. São 23 disparos ao todo, realizados em 4 dias diferentes. Cada dia tinha um certo número de canais ativos durante a aquisição de dados (cada canal ativo é um pino do eletrodo coletando o sinal de tensão e corrente no plasma). Portanto, temos 82 séries temporais coletadas apenas pela sonda de 5 pinos nos disparos não-perturbados.

Tabela 4.1: Disparos não-perturbados analisados com sinais de corrente de saturação iônica coletados pela sonda de 5 pinos.

Dia (#)	Canais Ativos		Posição Radial (cm)				
			18,0	18,5	19,0	19,5	20,0
			Disparo (#)				
1	1	32900 +	82	80	79	81	77 78
2	1-4	32900 +	97	93 94	96 99	95	90 91 92
3	1-5	33000 +		24			23
4	1-5	33000 +	52	50	51 54	53	49

Para a sonda rake, analisamos um único disparo não-perturbado, o disparo #34132. Os valores de corrente foram medidos para 7 posições radiais: 17,0 cm, 17,5 cm, 18,0 cm, 18,5 cm, 19,5 cm, 20,0 cm, 20,5 cm.

4.4.2 Disparos Perturbados

As condições do plasma nos disparos perturbados apresentam uma diferença clara se comparados aos disparos não perturbados, por conta da melhora do confinamento. Essas condições têm suas principais características exemplificadas na Figura 4.7. Esses disparos são marcados principalmente por um aumento na densidade que está relacionada a um pulso quadrado de amplitude não-nula de tensão aplicada no eletrodo. Como a ação do eletrodo pode aumentar a atividade MHD do plasma, nos preocupamos em escolher os disparos com baixa atividade MHD.

Na Figura 4.7a, vemos a evolução da corrente de plasma, que começa a subir, atinge um platô relativamente estável perto dos 40 ms, e volta a descer perto dos 100 ms. Na Figura 4.7b, podemos observar a evolução da densidade eletrônica do plasma durante o disparo. Já na Figura 4.7c, vemos a aplicação da tensão no eletrodo na forma de um pulso quadrado de 20 ms de duração entre os 60 ms e 80 ms do disparo. A região sombreada mais clara marca o intervalo de tempo em que o eletrodo permaneceu com tensão não-nula. Podemos perceber ao analisar a evolução da densidade eletrônica que a eficiência da ação do eletrodo na melhora do confinamento tem duração limitada, fazendo com que a densidade eletrônica volte a cair depois de um tempo, mesmo com o eletrodo ainda ligado.

Definindo um intervalo entre 65 ms e 75 ms (região sombreada mais escura da figura), obtemos, para o eletrodo ligado, condições estáveis para a corrente de plasma e um

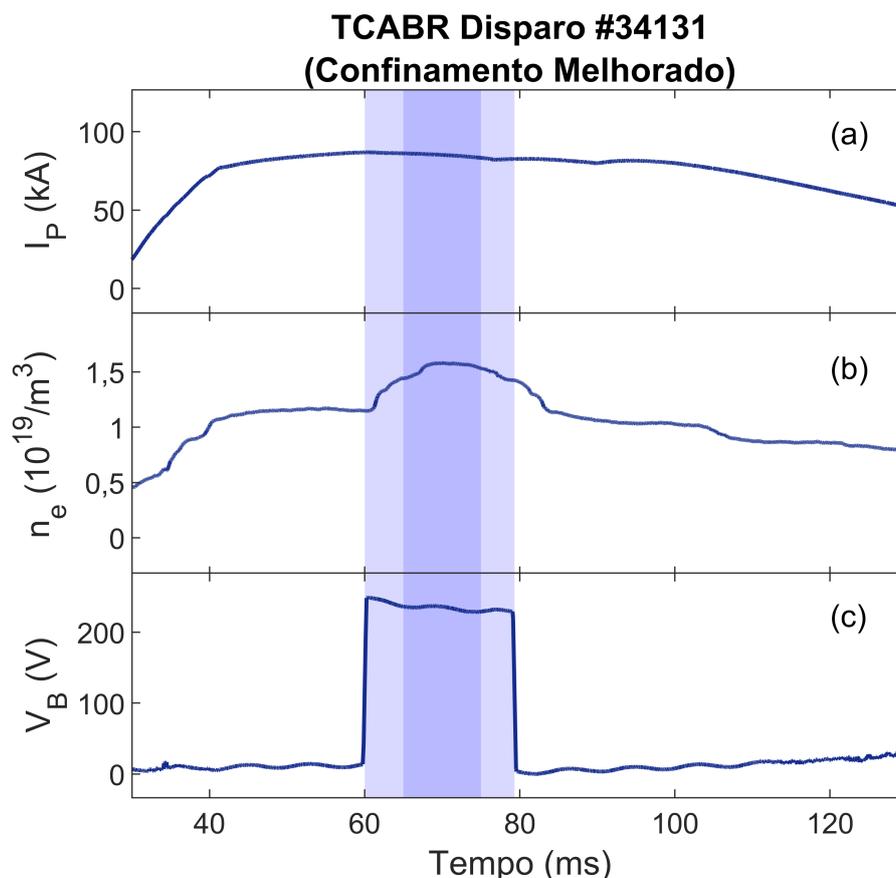


Figura 4.7: Características usuais do plasma nos disparos perturbados (modo de confinamento melhorado) analisados. A região sombreada mais clara marca o intervalo de tempo onde o eletrodo estava com um potencial não nulo (c) e com corrente de plasma (a) relativamente estável. A região sombreada mais escura marca o subintervalo de tempo onde a densidade eletrônica (b) pode ser considerada relativamente estável.

intervalo ligeiramente mais estável de densidade eletrônica perto de seu máximo. Portanto as séries temporais turbulentas analisadas correspondem a esse intervalo de tempo dos disparos perturbados. Como as sondas tem uma taxa de aquisição de 2 MHz, as séries temporais correspondentes a esse intervalo terão 20.000 pontos.

Nenhum disparo perturbado com sonda de 5 pinos foi analisado. Já para a sonda rake, os disparos analisados estão marcados na tabela 4.2. Ao todo, analisamos 12 disparos perturbados, realizados em 2 dias diferentes, varrendo 4 valores distintos de tensão no eletrodo.

4.4. OS DISPAROS ANALISADOS

Tabela 4.2: Disparos perturbados analisados com sinais de corrente de saturação iônica coletados pela sonda rake em 7 posições radiais: 17,0 cm, 17,5 cm, 18,0 cm, 18,5 cm, 19,5 cm, 20,0 cm, 20,5 cm.

Dia (#)	Canais Ativos		Tensão no Eletrodo (V)			
			+150	+200	+250	+300
			Disparo (#)			
1	1-4, 6-8	34100 +	05	04 07	06	08
2	1-4, 6-8	34100 +	24	27 39	31 40 43	44

Capítulo 5

Análise da Turbulência no TCABR

Este capítulo apresenta os principais resultados da aplicação do método do diagrama de complexidade-entropia para as flutuações turbulentas de corrente de saturação iônica coletada por sondas de Langmuir durante disparos perturbados e não-perturbados do tokamak TCABR.

5.1 Adequação da Dimensão de Imersão

A escolha da dimensão de imersão d depende do tamanho da série temporal e da escala de tempo das estruturas de interesse, conforme discutido no Capítulo 2. Quanto ao tamanho das séries temporais analisadas, trabalhamos com séries de 90.000 pontos (no caso dos disparos não-perturbados) e 20.000 pontos (no caso dos disparos perturbados). Ambos os tamanhos satisfazem a condição $M/d! \gg 1$ para $d = 6$. As estruturas de interesse são os *bursts*, picos intermitentes presentes nas flutuações eletrostáticas turbulentas, que podem ser observados na Figura 5.1.

Para analisar a relação entre a janela temporal de tamanho $d\Delta t$ (onde Δt é a taxa de aquisição do sinal) e a duração das perturbações do sinal de corrente de saturação iônica provocados pelos *bursts* observados no tokamak TCABR, iremos usar o formato médio dos *bursts* criado a partir do recurso de média condicional [53]. A Figura 5.2 mostra a forma média dos *bursts* observados no sinal de corrente de saturação iônica na posição radial $r/a = 1, 11$, na periferia do plasma (SOL), apresentado na Figura 5.1. O eixo das abscissas mostra a defasagem em microssegundos em relação ao tempo de detecção do *burst*. Essa forma média permite descrever fenomenologicamente os *bursts* como subidas e quedas “quase-exponenciais” de densidade local [57].

Na Figura 5.2, é possível perceber que uma janela de 6 pontos (região sombreada) tem tamanho comparável com a subida e descida do sinal provocadas pelos *bursts*, de modo que a distribuição estatística dos estados de ordenamento poderão ser afetados de maneira

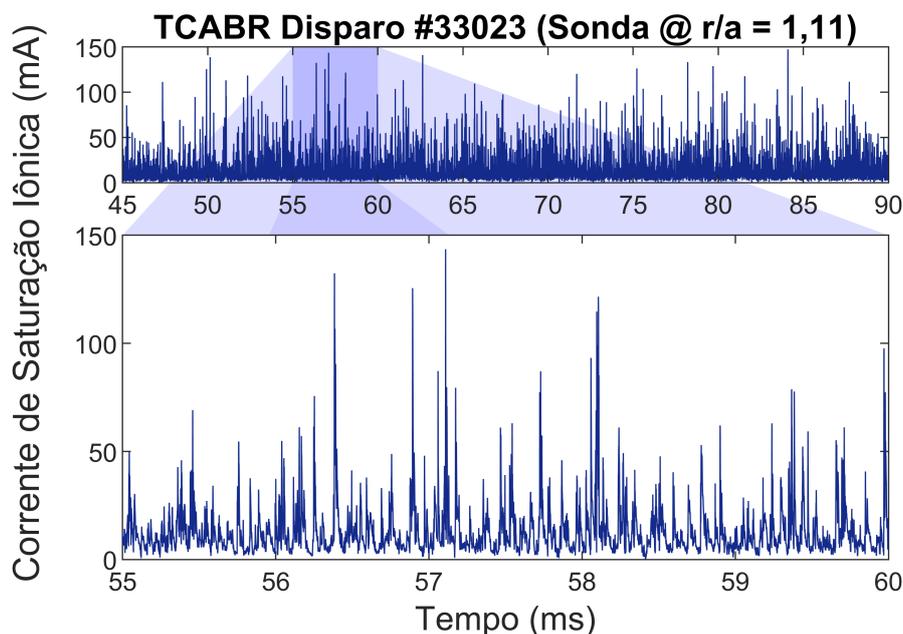


Figura 5.1: Sinal turbulento de corrente de saturação iônica coletado na região periférica ($r/a = 1,11$) da coluna de plasma do tokamak TCABR durante o disparo #33023. Na parte inferior, temos uma ampliação horizontal do intervalo de tempo entre 55 ms e 60 ms.

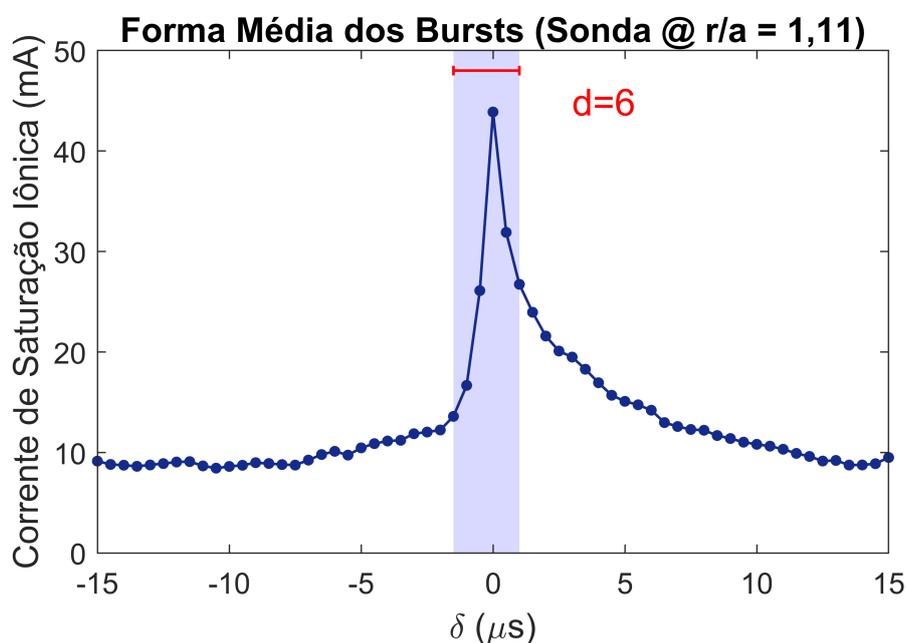


Figura 5.2: Forma média dos *bursts* presentes no sinal turbulento de corrente de saturação iônica medido na periferia do plasma ($r/a = 1,11$) do disparo #33023, no tokamak TCABR. No eixo das abscissas temos a defasagem em relação ao tempo de detecção do *burst* (em microssegundos). Podemos ver que os estados de ordenamento em janelas de 6 pontos (como a em destaque) são alteradas de forma significativa pela subida rápida e queda lenta dos picos associados aos *bursts*.

significativo pela presença dos *bursts*.

Entretanto, devido a dependência da forma média dos *bursts* com a posição radial, essa análise precisa ser feita para todas as posições radiais medidas pelas sondas. Felizmente, os tempos característicos de subida e descida dos *bursts* τ_f variam pouco e de forma monotônica com a posição radial [57], portanto uma dimensão de imersão $d = 6$ adequada ao sinal coletado na região mais periférica do plasma também é suficiente para as estruturas nas posições mais internas, como mostra a Figura 5.3, para a posição radial $r/a = 1,00$, onde fica a última superfície magnética fechada (LCMS).

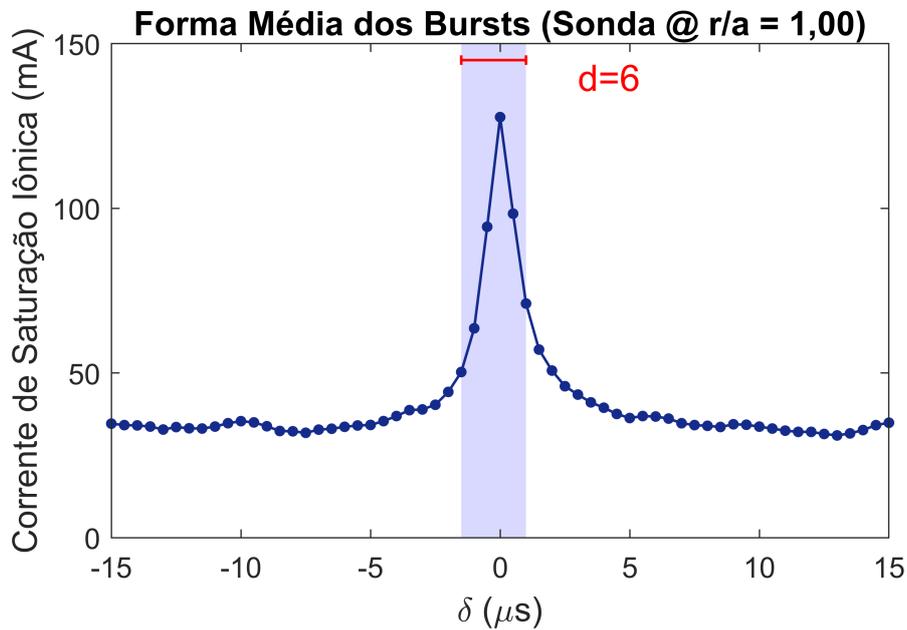


Figura 5.3: Forma média dos *bursts* presentes no sinal turbulento de corrente de saturação iônica medido na posição radial mais interna $r/a = 1,00$ (LCMS) do disparo #32997, no tokamak TCABR. No eixo das abscissas temos a defasagem em relação ao tempo de detecção dos *bursts* (em microssegundos). Podemos ver que uma janela de 6 pontos (em destaque) continua adequada para as estruturas nesta posição radial.

Portanto, é adequado utilizarmos dimensão de imersão $d = 6$ nas análises das séries temporais de corrente de saturação iônica coletadas pelas sondas de Langmuir nos disparos realizados no tokamak TCABR.

5.2 Disparos Não-Perturbados

Utilizando os disparos não-perturbados, ou seja, aqueles cuja tensão aplicada no eletrodo era nula, obtemos a representação das séries temporais de corrente de saturação iônica no plano C-H mostrada na Figura 5.4, com 82 pontos correspondendo aos 23 disparos não-perturbados com sinais coletados pela sonda de 5 pinos.

Na Figura 5.4, o gradiente de cores dos pontos representa a posição radial do sinal, dado em r/a , onde $r/a = 1$ corresponde a LCMS e $r/a > 1$ corresponde a SOL. Posições mais internas da coluna de plasma (r/a menor) são representadas pelas cores mais próximas do rosa, enquanto que as posições mais externas (r/a maior) são representadas pelas cores mais próximas do ciano. À direita do diagrama completo temos uma ampliação bidimensional da região onde estão os pontos referentes aos sinais experimentais.

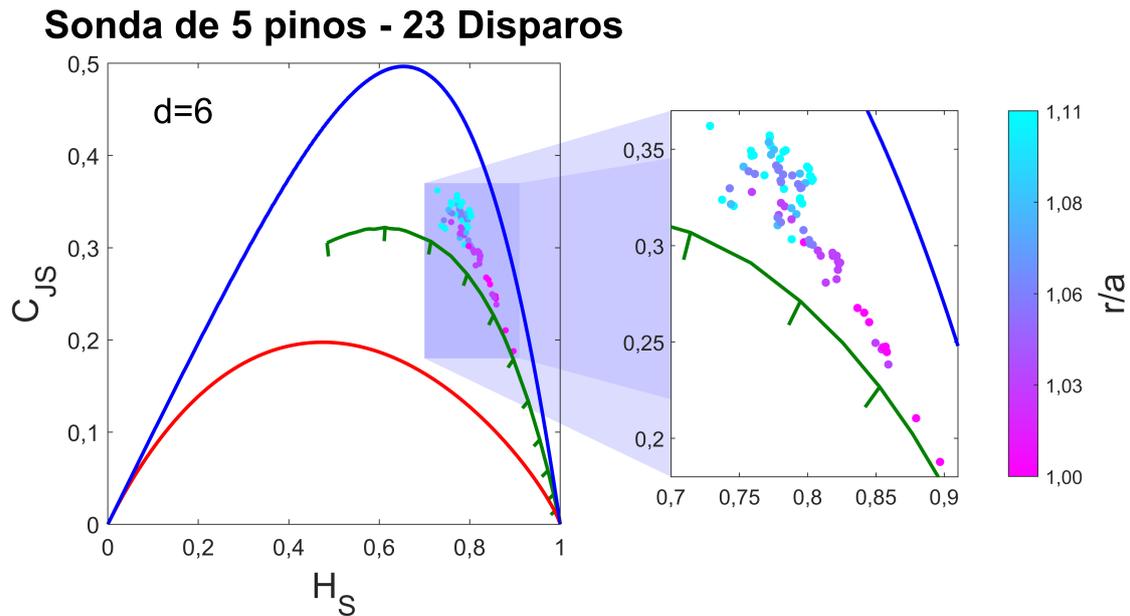


Figura 5.4: Diagrama C-H com os pontos referentes aos sinais experimentais coletados pela sonda de 5 pinos em diferentes posições radiais durante disparos não-perturbados. À direita temos uma ampliação bidimensional da região onde se encontram esses pontos. O gradiente de cores revela a posição radial de cada sinal. Podemos observar que todos os pontos caem na região caótica, acima da curva fBm (em verde).

Analisando as posições relativas desses pontos no diagrama, observamos que todos caem na região caótica (acima da curva fBm), indicando uma forte componente determinística nos sinais analisados. Também é possível observar uma leve dependência na posição do sinal no plano C-H e a sua posição radial na coluna de plasma, com sinais coletados em regiões mais internas apresentando maior complexidade e menor entropia que sinais coletados em regiões mais externas.

Na Figura 5.5, podemos observar esses resultados separados pelo dia em que foram realizados, numa tentativa de diminuir um pouco a influência das variações nas condições do plasma entre os dias de aquisição. Podemos perceber que a dependência radial se mantém quando analisamos os dias separadamente.

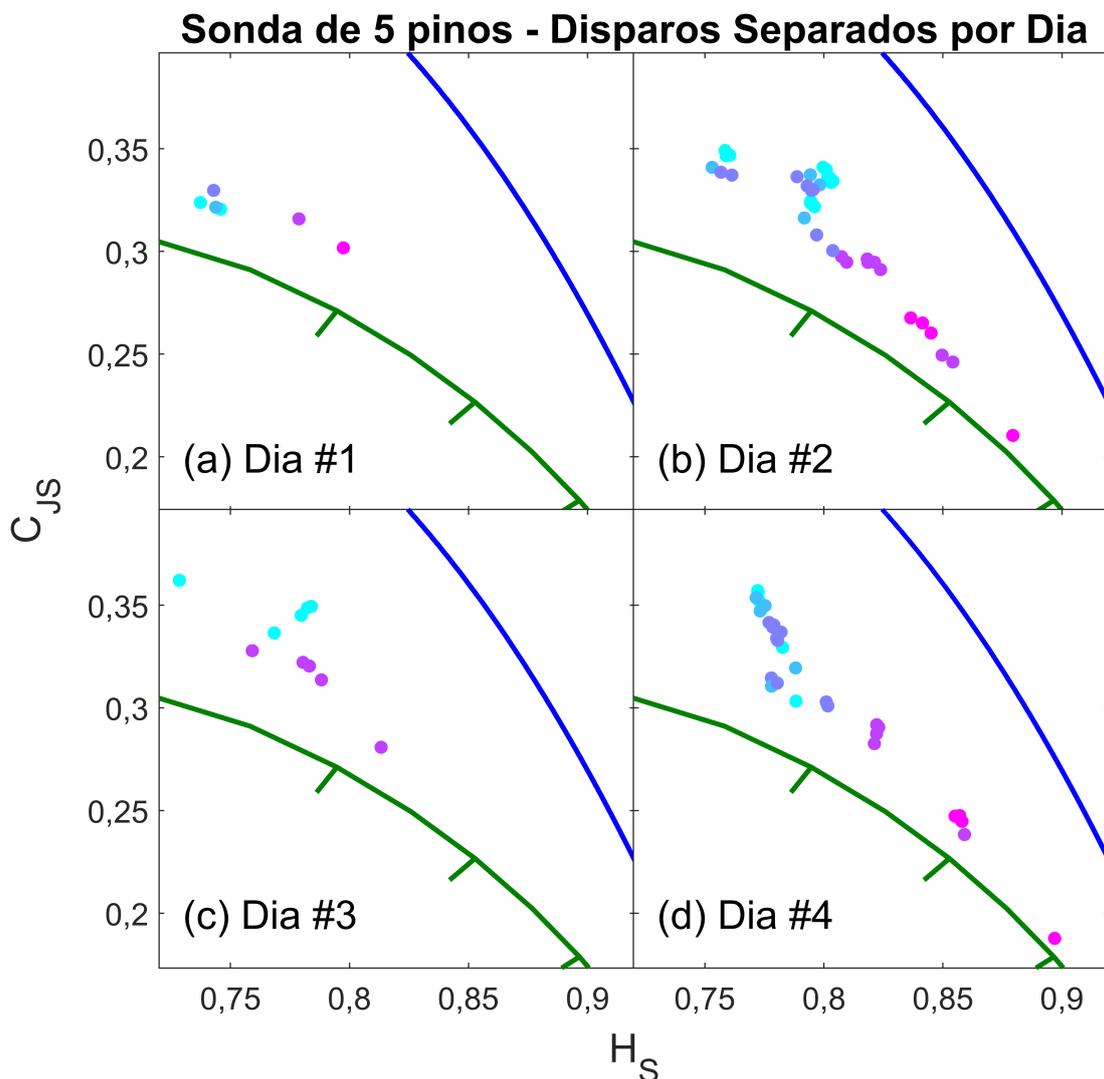


Figura 5.5: Resultados da Figura 5.4 separados por dia do disparo.

Para visualizar um pouco melhor essa dependência, fizemos um gráfico das medidas estatísticas (complexidade e entropia) em função da posição radial do sinal, como pode ser visto nas Figuras 5.6 e 5.7. Nessas figuras, a linha tracejada vermelha é apenas uma guia de olhos representando o comportamento médio dos pontos. Podemos perceber, principalmente nos dias #2 e #4 (Figuras 5.6b, 5.6d, 5.7b, 5.7d) que a dependência radial é mais acentuada nas posições radiais menores (mais próximas da LCMS). Também podemos perceber que as variações observadas na complexidade são opostas as das observadas na entropia, de modo que um aumento na complexidade observada nestes sinais normalmente vem acompanhado de uma diminuição da entropia, e vice-versa.

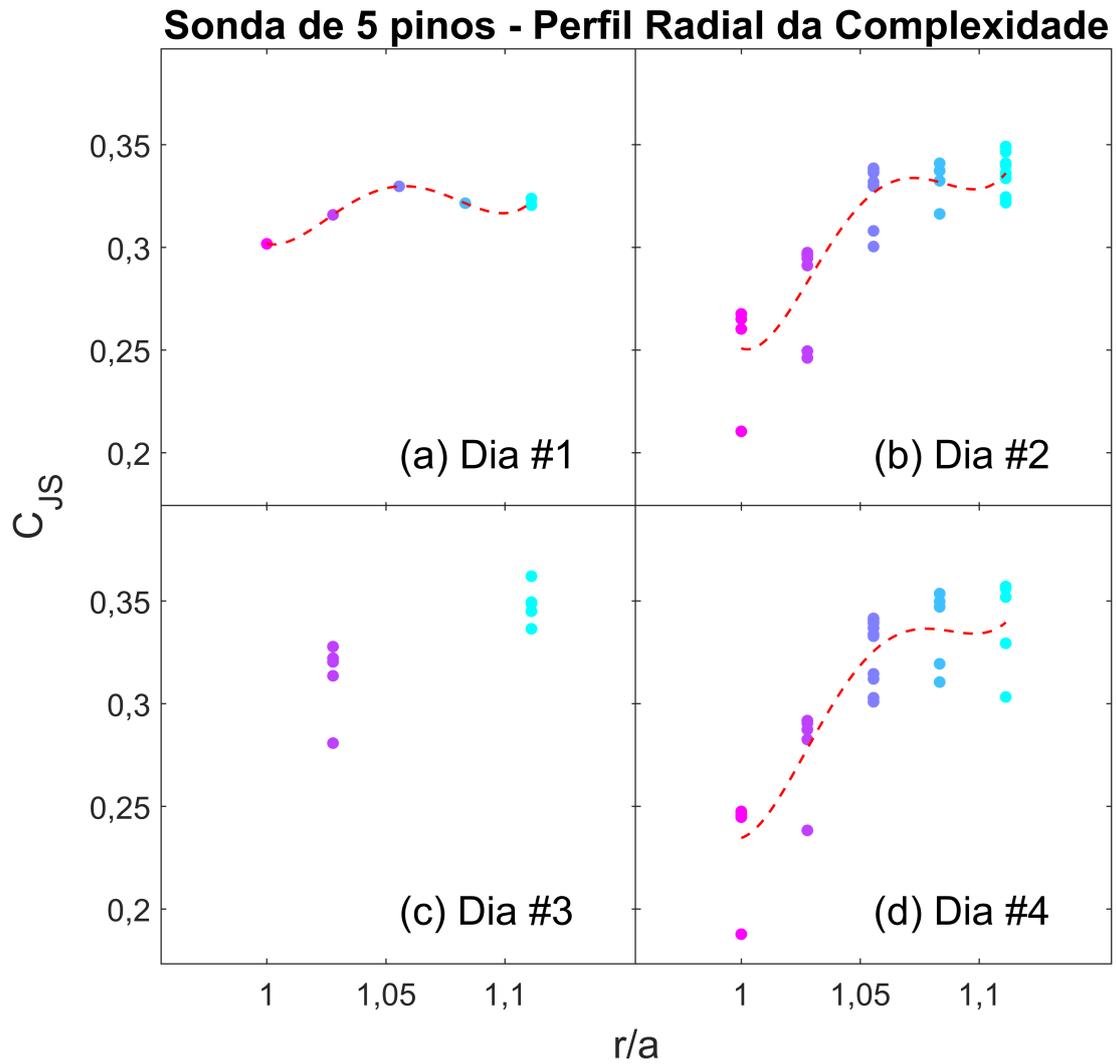


Figura 5.6: Perfil radial da complexidade observada nos sinais experimentais de corrente de saturação iônica medidos pela sonda de 5 pinos em disparos não-perturbados realizados em cada dia. As linhas tracejadas em vermelho são apenas uma guia de olhos representando o comportamento médio dos pontos.

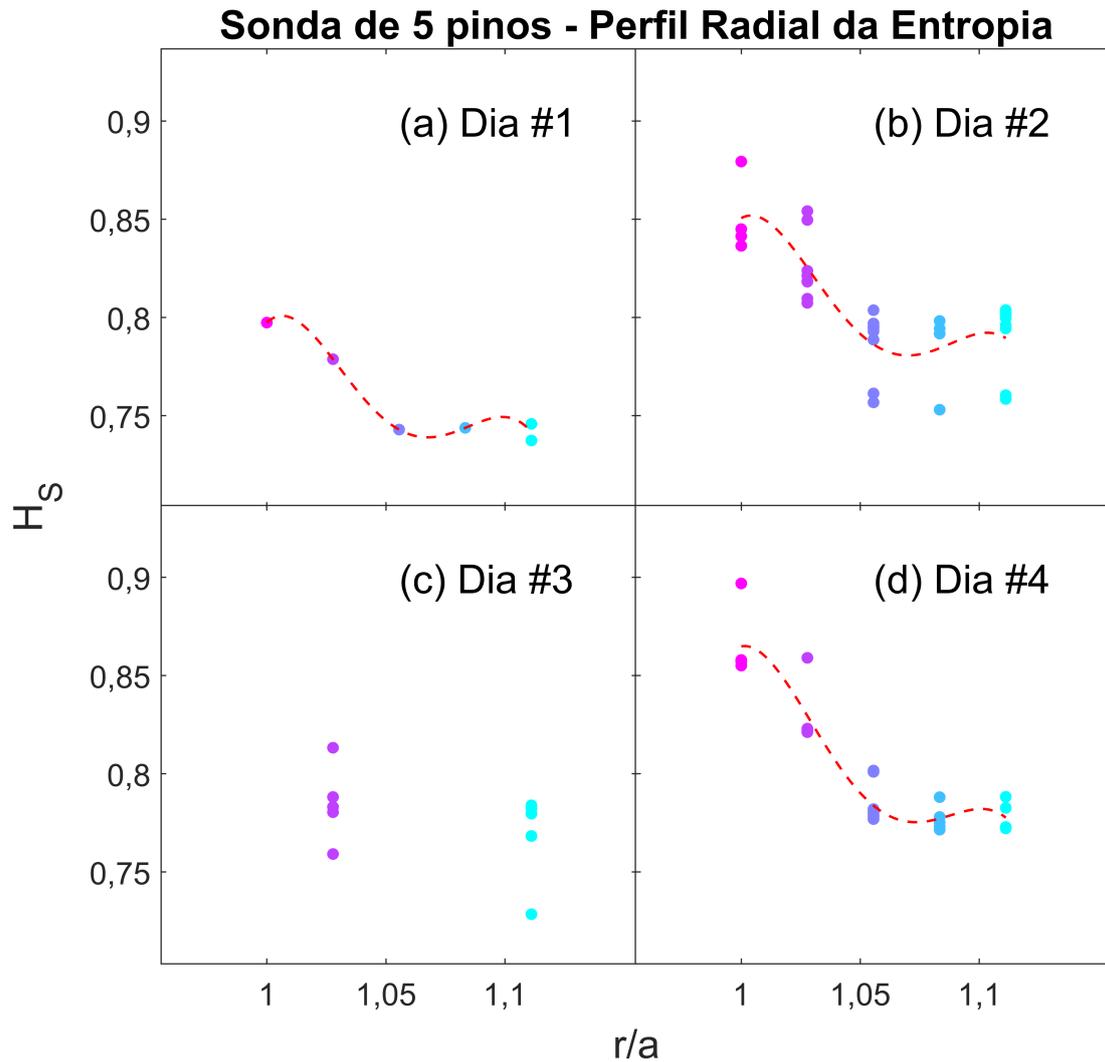


Figura 5.7: Perfil radial da entropia observada nos sinais experimentais de corrente de saturação iônica medidos pela sonda de 5 pinos em disparos não-perturbados realizados em cada dia. As linhas tracejadas em vermelho são apenas uma guia de olhos representando o comportamento médio dos pontos.

Infelizmente, os sinais analisados da sonda de 5 pinos foram medidos da região periférica do plasma, $r/a \geq 1,00$. Para uma análise do que acontece na região de borda, utilizamos os sinais coletados pela sonda rake, que também nos permite uma análise mais detalhada da dependência radial das posições no plano C-H, por conta das condições do plasma variarem mesmo entre um disparo e outro realizados no mesmo dia. A Figura 5.8 apresenta o diagrama C-H com os pontos referentes aos sinais dos 7 canais da sonda rake durante o disparo não-perturbado #34132. Cada ponto neste diagrama representa um canal de aquisição ativo durante o disparo, coletando sinais de corrente de saturação iônica em posições radiais diferentes (representadas pela cor do ponto).

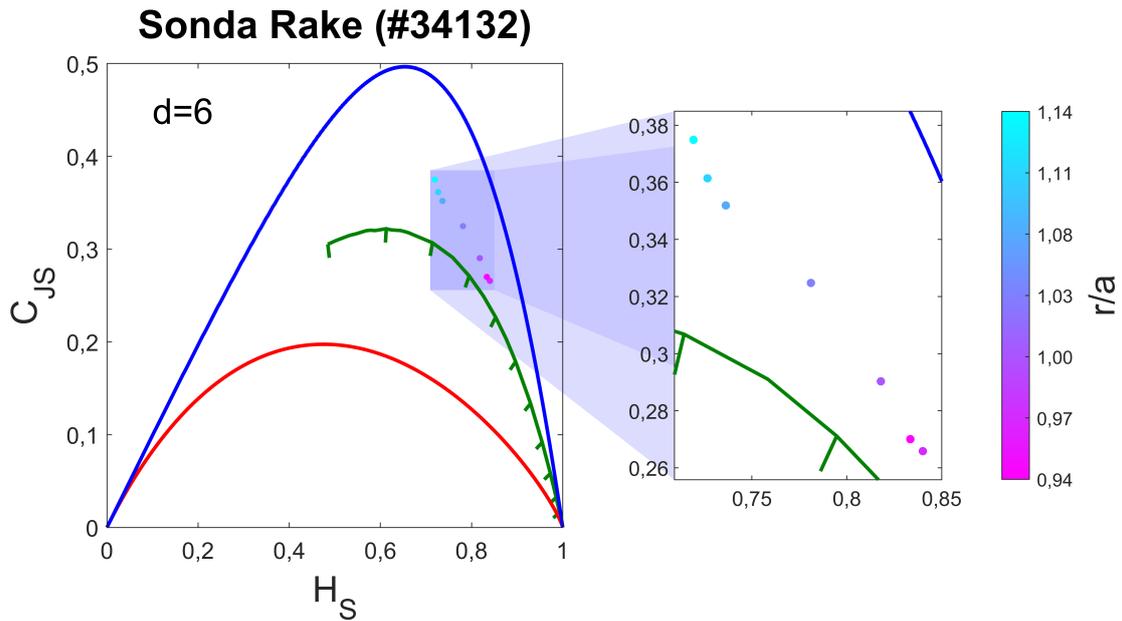


Figura 5.8: Diagrama C-H com os pontos referentes aos sinais experimentais coletados pela sonda rake em 8 posições radiais durante o disparo não-perturbado #34132. À direita temos uma ampliação bidimensional da região onde se encontram esses pontos. O gradiente de cores revela a posição radial de cada sinal.

Mais uma vez, observamos que todos os pontos caem na região caótica, indicando uma forte componente determinística. Este resultado também mostra, dessa vez de maneira mais clara, a dependência na posição do sinal no plano C-H e a sua posição radial na coluna de plasma.

O perfil radial das medidas estatísticas calculadas com os sinais desse disparo pode ser observado na Figura 5.9. Analisando os gráficos dessa figura, é possível perceber uma dependência positiva e monotônica entre as medidas e a posição radial na SOL. Esta dependência entre a posição radial e a complexidade é similar ao observado com a posição radial e o “determinismo” (DET) calculado pela Análise de Quantificação de Recorrência, utilizando os sinais de corrente de saturação iônica do tokamak TCABR [39].

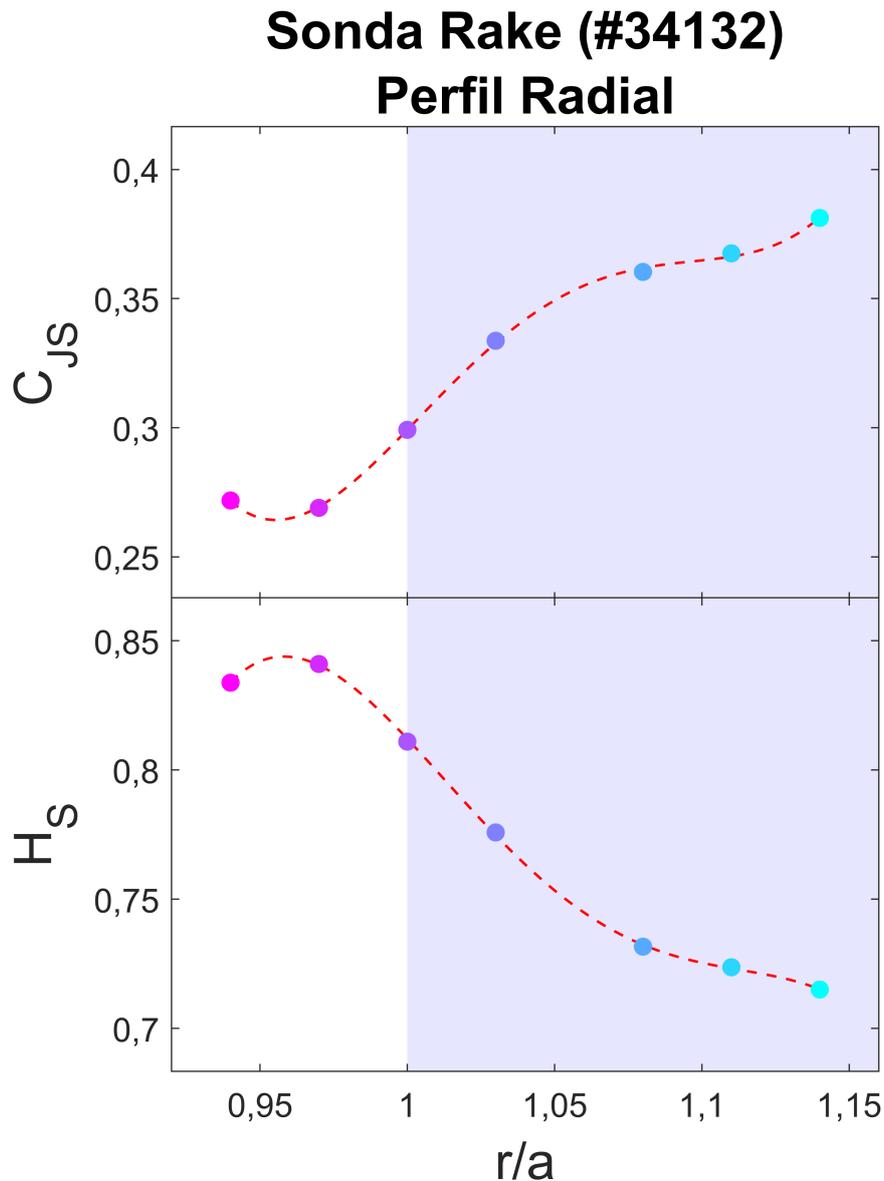


Figura 5.9: Perfil radial da complexidade e entropia calculadas através dos sinais coletados durante o disparo não-perturbado #34132. As linhas tracejadas em vermelho são apenas uma guia de olhos representando o comportamento médio dos pontos. A região sombreada marca a região da SOL, onde observamos uma dependência positiva e monotônica entre a complexidade e a posição radial, e uma dependência negativa e monotônica entre a entropia e a posição radial.

5.3 Influência da Dimensão de Imersão e da Subamostragem

Antes de discutir os resultados dos disparos perturbados, iremos abordar rapidamente o efeito da escolha da dimensão de imersão d na análise pelo diagrama C-H. Na Figura 5.10,

refazemos a análise para os sinais coletados pela sonda rake no disparo não-perturbado #34132 utilizando diferentes valores para d . Nela, percebemos que escolher valores de d próximos ao que escolhemos ($d = 6$) não muda significativamente os resultados (casos de $d = 5$ e $d = 7$). A dimensão de imersão $d = 4$, por outro lado, já apresentou resultados mais próximos da fBm, o que poderia sugerir uma componente estocástica muito maior. De qualquer forma, é interessante notar como todos esses resultados permaneceram na mesma posição relativa do diagrama C-H em relação à curva fBm, com os pontos relativos às posições radiais mais internas consistentemente próximos da fBm para o expoente de Hurst $\mathcal{H} \sim 0,7$.

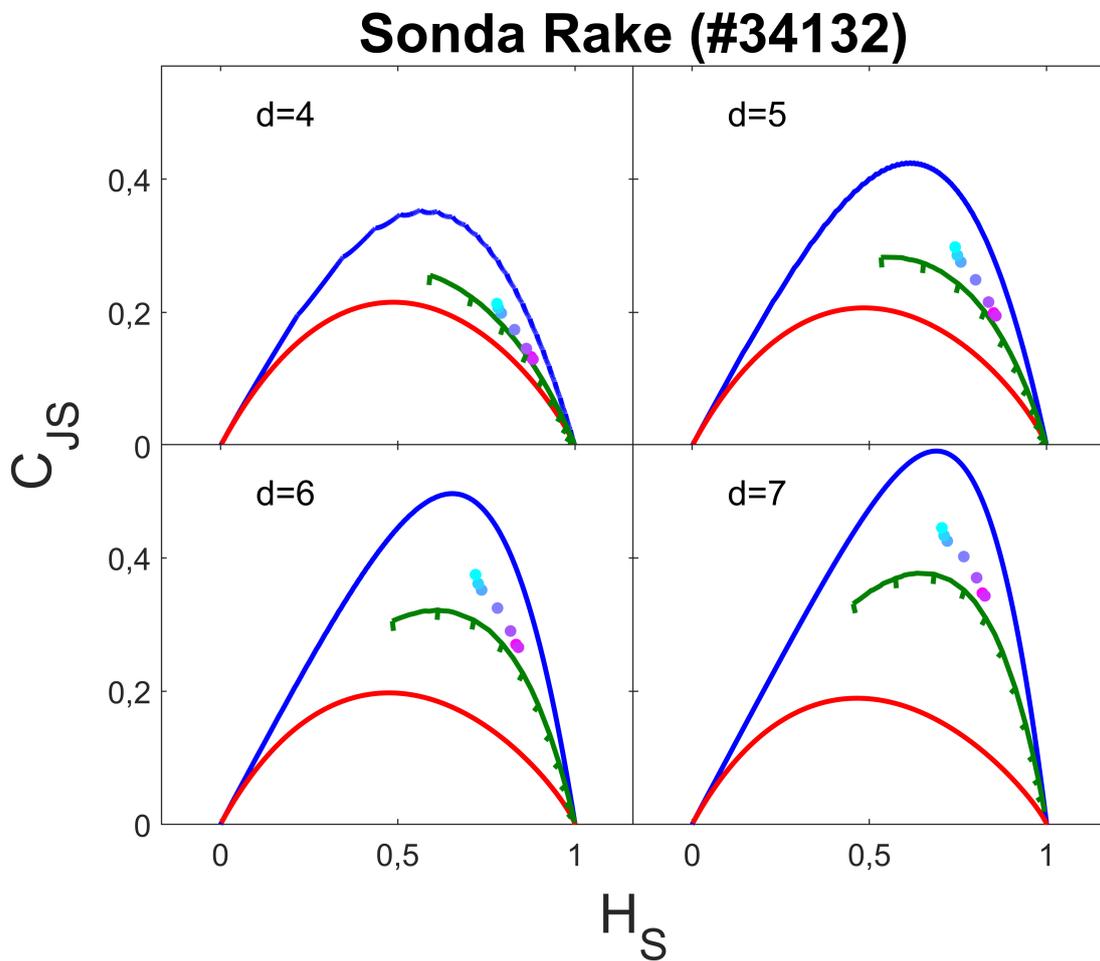


Figura 5.10: Efeito da escolha da dimensão de imersão d nos resultados do diagrama C-H utilizando os sinais de corrente de saturação iônica coletados pela sonda rake no disparo #34132, do tokamak TCABR. Percebemos que a escolha de d não altera os resultados da análise qualitativa, a posição relativa entre os pontos, e a curva do fBm (em verde).

Utilizando o método de subamostragem com $R_s = 2$ nos sinais de corrente de saturação iônica coletados durante o disparo #34132, refizemos a mesma análise da Figura 5.10, cujo

resultado pode ser visto na Figura 5.11. Surpreendentemente, vemos que a subamostragem não apenas muda a posição do grupo de pontos, deslocando-o para a região sudeste do plano C-H, como também inverte a posição relativa dos pontos de posição radial mais externa. Tal resultado mostra que a sensibilidade da análise pelo diagrama C-H quanto à subamostragem pode ser ainda maior que a sugerida pela análise realizada no Capítulo 2 utilizando o mapa Logístico.

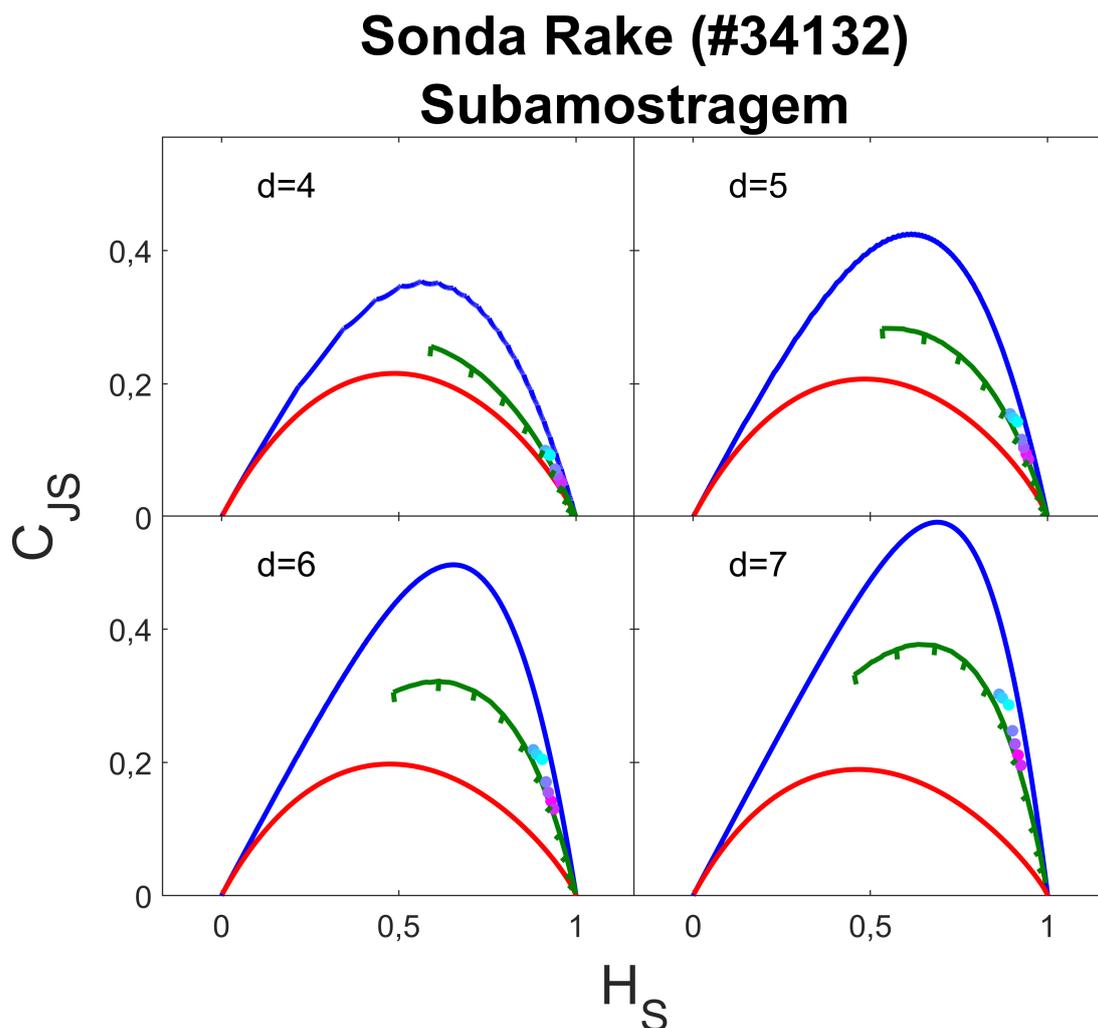


Figura 5.11: Efeito da escolha da dimensão de imersão d nos resultados do diagrama C-H utilizando os sinais de corrente de saturação iônica coletados pela sonda rake no disparo #34132, do tokamak TCABR, após o uso de subamostragem usando um fator $R_s = 2$. Comparando estes resultados com os da Figura 5.10, observamos que, não apenas o grupo de pontos foi deslocado para a direita, como a posição relativa entre os pontos de posição radial mais externa foi alterada.

5.4 Disparos Perturbados

Conforme mencionado anteriormente, a polarização do eletrodo no TCABR modifica o campo elétrico radial na região próxima à borda do plasma ($0,94 < r/a < 1,00$) e melhora o confinamento global. Assim, para avaliar o efeito do eletrodo sobre as flutuações turbulentas, analisamos disparos perturbados pelo eletrodo, ou seja, aqueles cuja tensão aplicada no eletrodo não era nula. A representação das séries temporais de corrente de saturação iônica no plano C-H para esses disparos pode ser observada nas Figuras 5.12, 5.13, 5.14, 5.15. Nessas figuras escolhemos um único disparo para representar cada valor de tensão aplicada ao eletrodo.

Através dessas figuras, podemos observar uma distribuição de pontos no plano C-H muito parecida com a do disparo não-perturbado #34132. Além disso, podemos dividir os pontos em 3 grupos distintos, os 3 pontos de posições mais externas na SOL (r/a de 1,08 a 1,14), os 2 pontos de posições mais internas na SOL (r/a de 1,00 a 1,03), e os 2 pontos da região de borda (r/a de 0,94 a 0,97). Cada grupo se comporta de maneira ligeiramente diferente conforme aumentamos a tensão. O grupo correspondente às posições mais externas não parece ser muito afetado, apenas redistribuindo seus pontos sem se deslocar como um todo. O grupo na SOL mais próxima à borda do plasma não parece mostrar nem uma tendência clara de deslocamento coletivo, nem uma reorganização interna. Já o grupo dos pontos medidos na região de borda o efeito do eletrodo é muito perceptível, com os pontos deslocando-se cada vez mais para o sudeste do plano C-H, se aproximando da curva fBm.

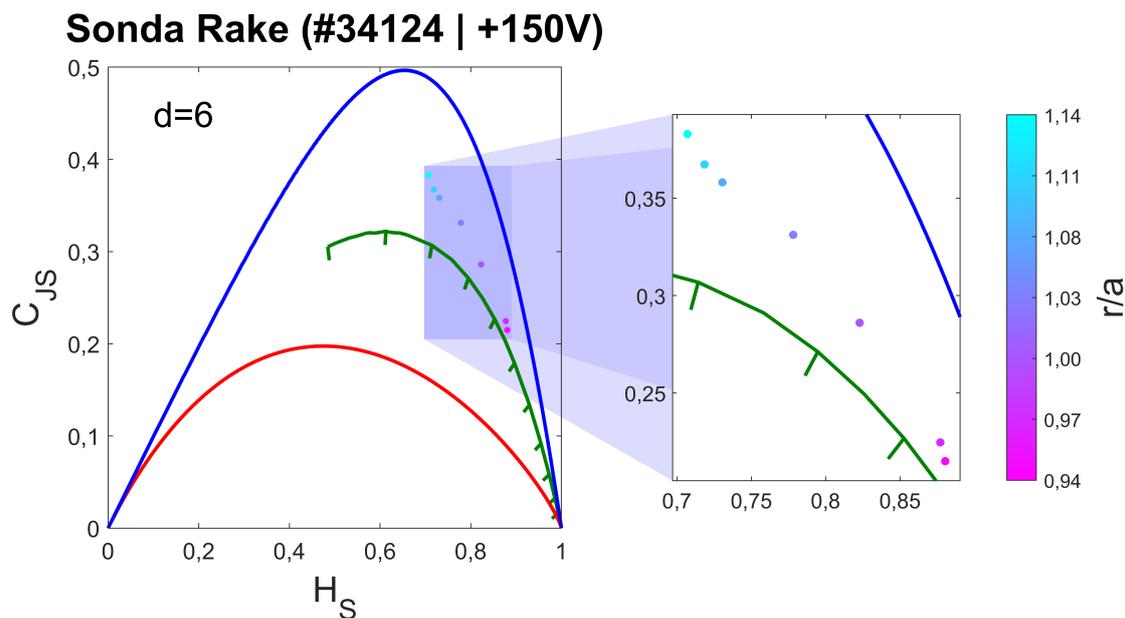


Figura 5.12: Diagrama C-H com os pontos referentes aos sinais experimentais coletados pela sonda rake em 8 posições radiais durante o disparo perturbado #34124, com uma tensão aplicada no eletrodo de +150 V. À direita temos uma ampliação bidimensional da região onde se encontram esses pontos. O gradiente de cores revela a posição radial de cada sinal.

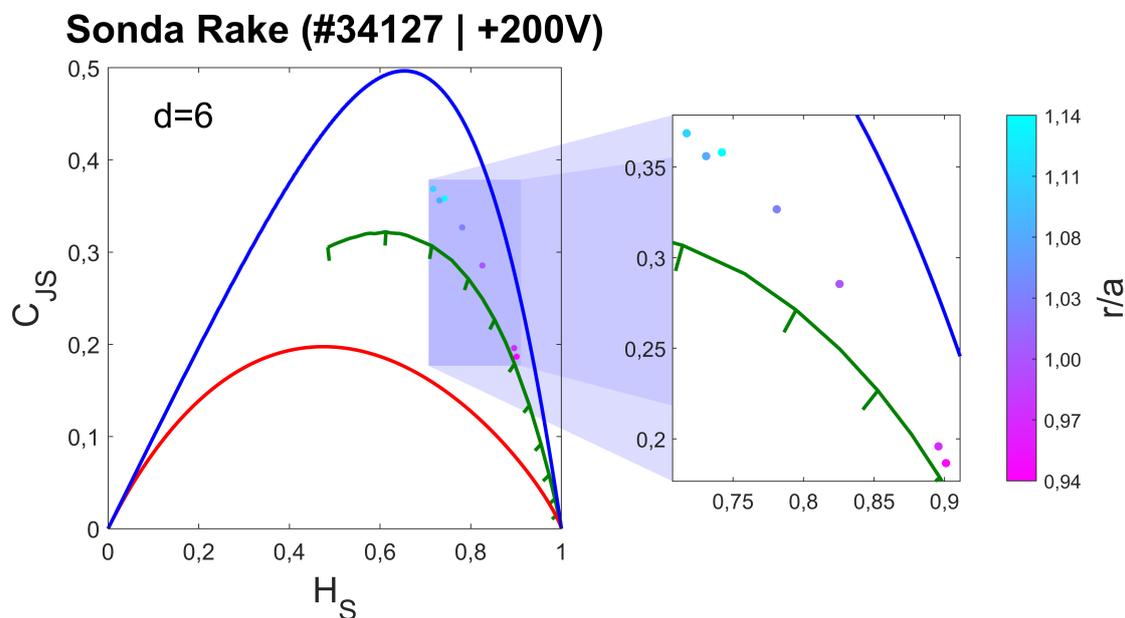


Figura 5.13: Diagrama C-H com os pontos referentes aos sinais experimentais coletados pela sonda rake em 8 posições radiais durante o disparo perturbado #34127, com uma tensão aplicada no eletrodo de +200 V. À direita temos uma ampliação bidimensional da região onde se encontram esses pontos. O gradiente de cores revela a posição radial de cada sinal.

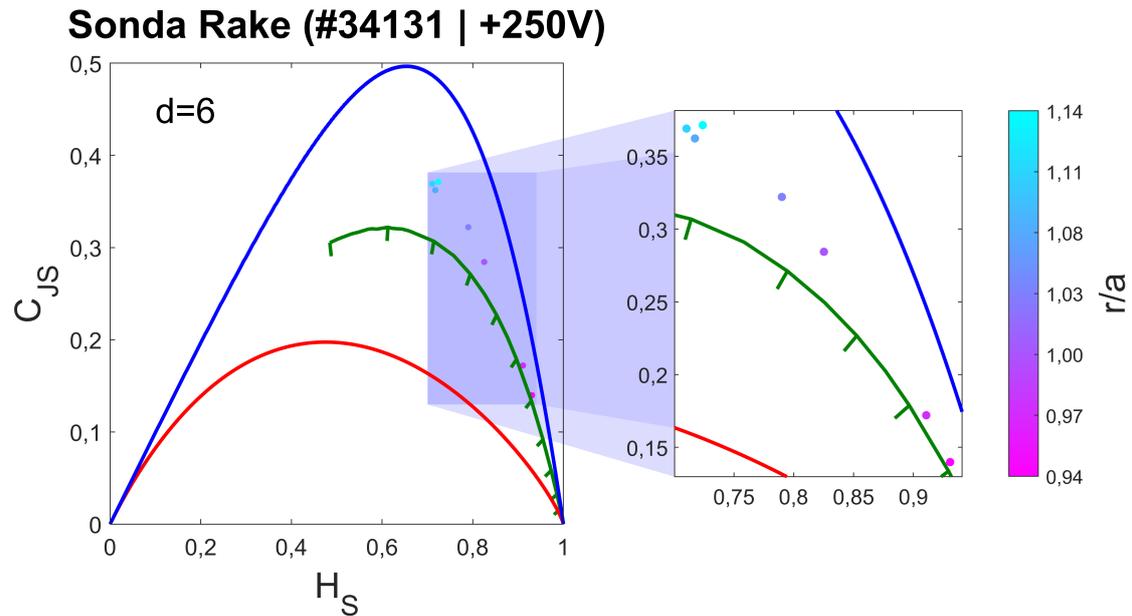


Figura 5.14: Diagrama C-H com os pontos referentes aos sinais experimentais coletados pela sonda rake em 8 posições radiais durante o disparo perturbado #34131, com uma tensão aplicada no eletrodo de +250 V. À direita temos uma ampliação bidimensional da região onde se encontram esses pontos. O gradiente de cores revela a posição radial de cada sinal.

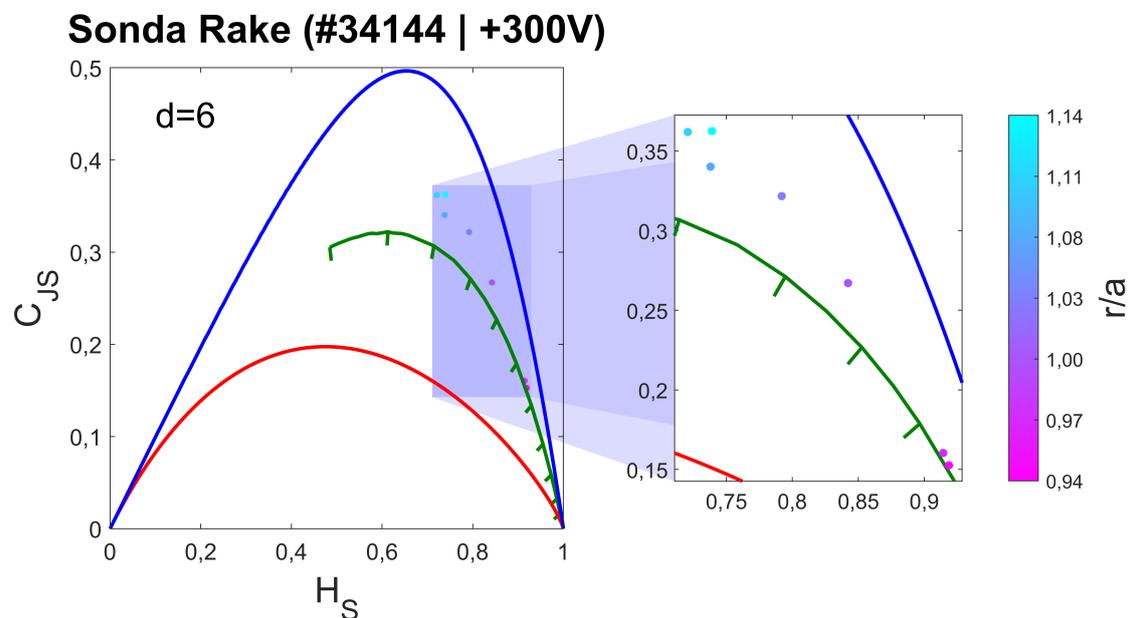


Figura 5.15: Diagrama C-H com os pontos referentes aos sinais experimentais coletados pela sonda rake em 8 posições radiais durante o disparo perturbado #34144, com uma tensão aplicada no eletrodo de +300 V. À direita temos uma ampliação bidimensional da região onde se encontram esses pontos. O gradiente de cores revela a posição radial de cada sinal.

Na Figura 5.16, podemos observar todos os pontos, até mesmo dos 8 disparos perturbados não apresentados nos diagramas anteriores, juntos no mesmo diagrama C-H. Neste diagrama, os pontos referentes ao disparo não-perturbado #34132 (reanalizado com 20.000 pontos) foram adicionados como pontos circulados em preto, para facilitar a comparação com os disparos perturbados e perceber o efeito da tensão no eletrodo. De imediato, podemos perceber a diminuição da complexidade e aumento da entropia nos pontos correspondentes às posições radiais internas à coluna de plasma, caminhando em direção ao ponto correspondente à $\mathcal{H} = 0,4$ na curva fBm. Apenas com base na nuvem formada, os pontos na região do SOL próximo à borda do plasma parecem apresentar uma tendência parecida, porém muito mais fraca. Por fim, os pontos correspondentes às posições radiais mais externas do SOL formam uma nuvem que não demonstra nenhum comportamento coletivo em relação ao disparo não-perturbado.

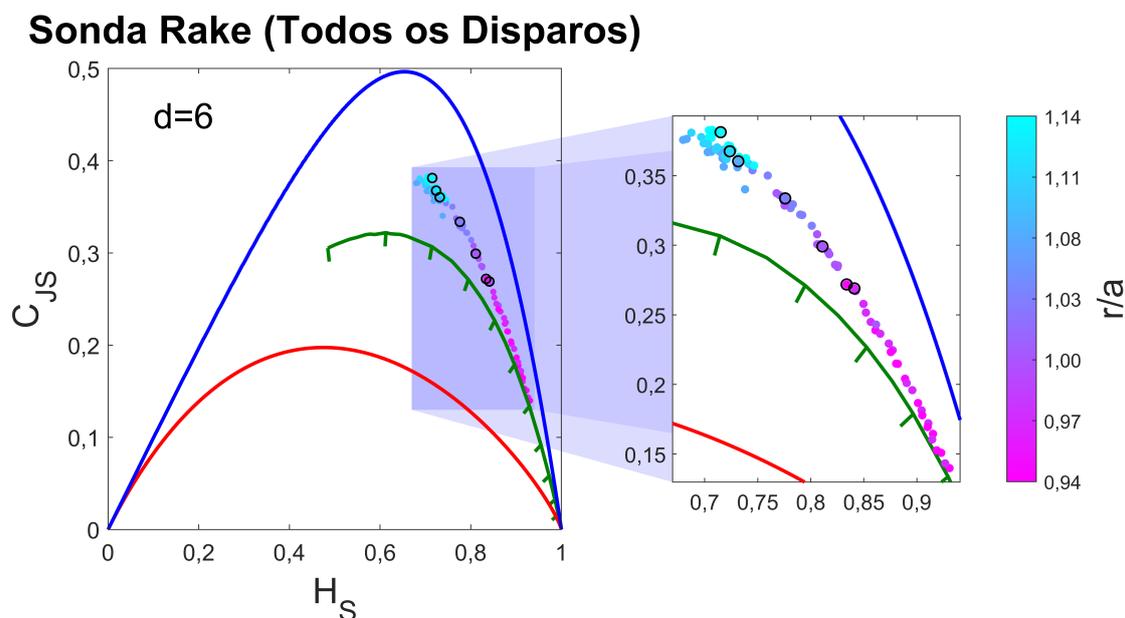


Figura 5.16: Diagrama C-H com os pontos referentes aos sinais experimentais coletados pela sonda rake em 8 posições radiais durante todos os disparos perturbados. Para facilitar a comparação com o disparo não perturbado #34132, os pontos referentes a este disparo (reanalizado com 20.000 pontos) foram adicionados no diagrama como pontos circulados em preto. À direita temos uma ampliação bidimensional da região onde se encontram esses pontos. O gradiente de cores revela a posição radial de cada sinal.

A Figura 5.17 mostra em detalhes a mudança no perfil radial da complexidade e entropia, comparando o disparo não-perturbado com os disparos perturbados de maior tensão ($V_B = +300$ V). Nesta figura, fica claro o aumento da complexidade e diminuição da entropia na região de borda, enquanto que a SOL permanece basicamente inalterada em comparação com as mudanças na região de borda.

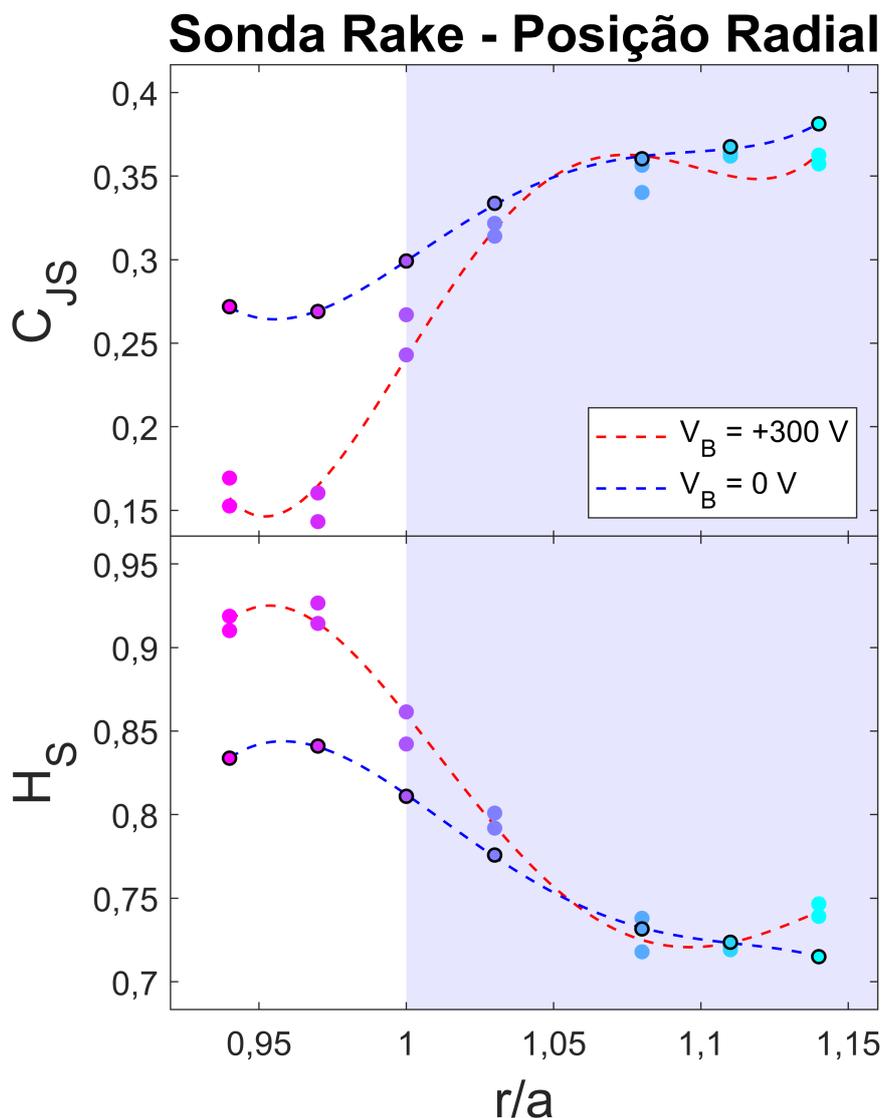


Figura 5.17: Perfil radial da complexidade e entropia calculadas através dos sinais coletados durante o disparos perturbados #34108 e #34144, ambos com tensão do eletrodo em +300 V. O perfil radial do disparo não-perturbado #34132, obtido através da análise de 20.000 pontos, foi adicionado para melhor comparação. As linhas tracejadas em vermelho (azul) são apenas uma guia de olhos representando o comportamento médio dos pontos dos disparos perturbados (do disparo não-perturbado). A região sombreada marca a SOL.

O efeito da tensão do eletrodo na complexidade observada nos sinais coletados nas posições radiais mais internas pode ser visto em detalhes na Figura 5.18. Nela, é possível verificar que o efeito é mais forte para posições radiais internas à coluna de plasma ($r/a < 1,00$), diminuindo drasticamente após a LCMS. De fato, podemos ver na Figura 5.18c que o efeito do eletrodo na LCMS já é quase nulo.

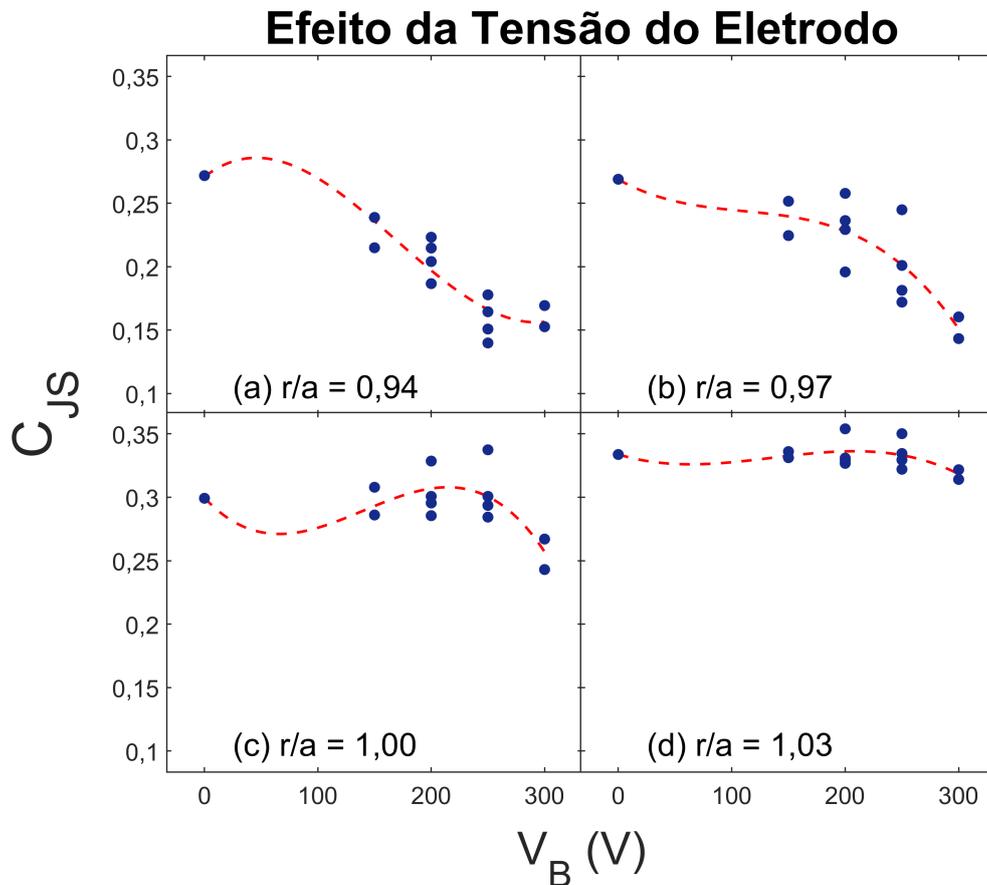


Figura 5.18: Dependência positiva da complexidade em função da tensão aplicada no eletrodo para 4 posições radiais diferentes, duas na região de borda do plasma e duas na SOL. Observamos que a dependência se torna desprezível após a LCMS.

O efeito da tensão do eletrodo na entropia observada nos sinais coletados nas posições radiais mais internas pode ser visto em detalhes na Figura 5.19. Mais uma vez, é possível verificar que o efeito é mais forte para posições radiais mais internas, diminuindo drasticamente após a LCMS.

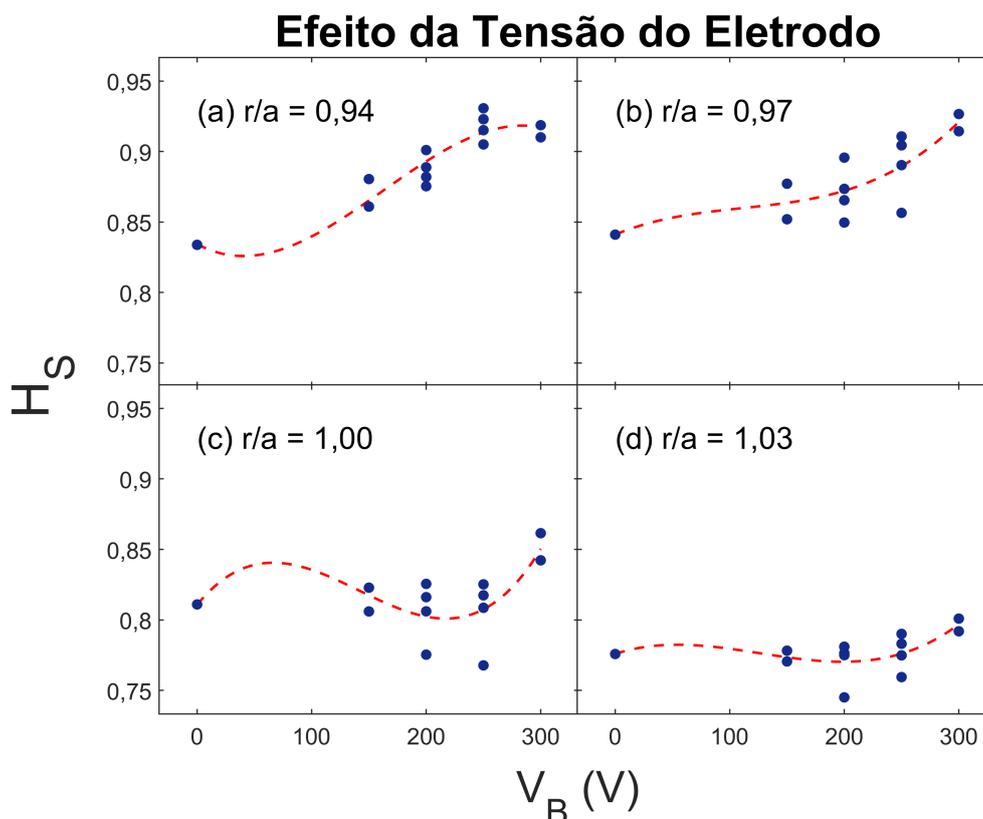


Figura 5.19: Dependência negativa da entropia em função da tensão aplicada no eletrodo para 4 posições radiais diferentes, duas na região de borda do plasma e duas na SOL. Observamos que a dependência se torna desprezível após a LCMS.

Para reduzir a influência das variações nas condições do plasma entre os disparos, podemos realizar o cálculo da complexidade e da entropia utilizando três intervalos de tempo diferentes, porém de mesma duração, no mesmo disparo. O primeiro é um intervalo de tempo anterior a aplicação da tensão no eletrodo, correspondendo ao período de 45 ms a 55 ms do disparo. O segundo é o intervalo de tempo durante a aplicação da tensão no eletrodo, correspondendo ao período de 65 ms a 75 ms do disparo. Por fim, o terceiro é um intervalo de tempo posterior a aplicação da tensão no eletrodo, correspondendo ao período de 85 ms a 95 ms do disparo.

Para avaliar a variação devida à evolução natural do plasma, essa análise foi feita para o disparo com o disparo não-perturbado #34132, cujos resultados podem ser observados na Figura 5.20. Esta figura mostra que o comportamento observado nos três intervalos de tempo distintos de disparos não-perturbados é equivalente.

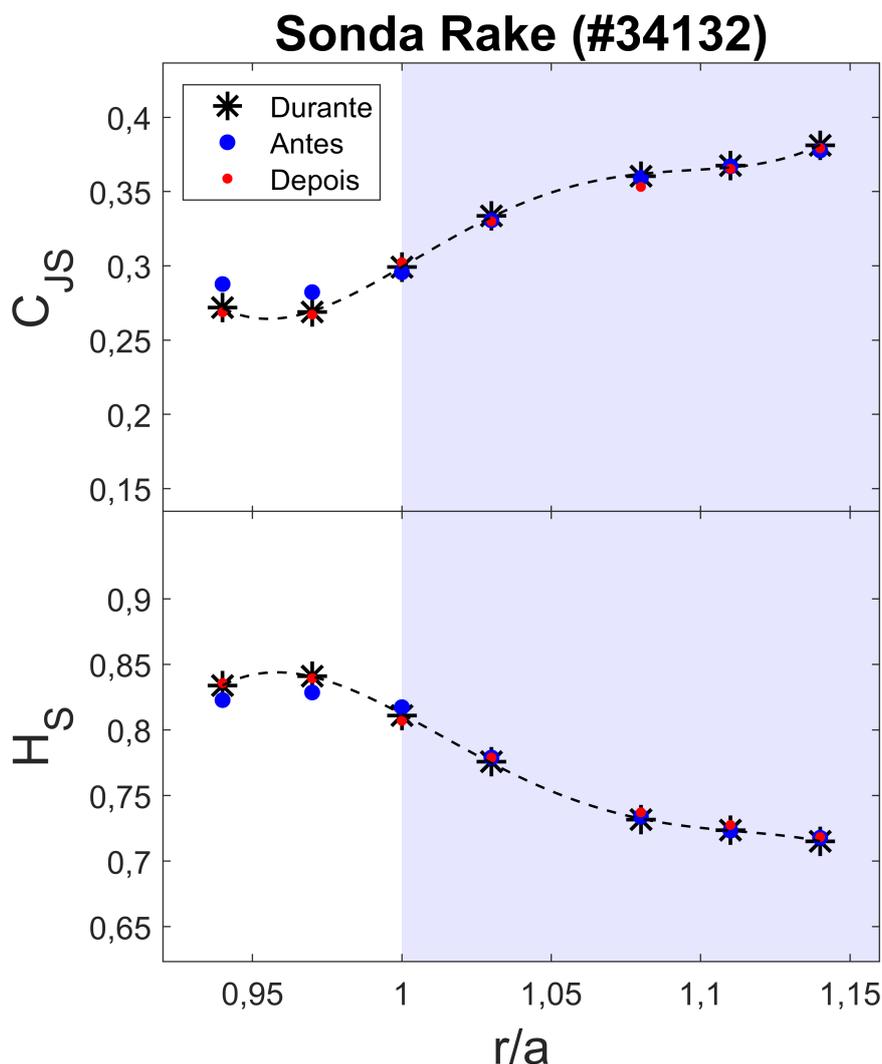


Figura 5.20: Comparação, utilizando o disparo #34132 (sem perturbação), entre o perfil radial dos valores de complexidade e entropia obtidos para intervalos de 10 ms durante, antes, e depois do tempo em que é aplicada tensão no eletrodo nos disparos perturbados. A região sombreada marca a SOL. Podemos observar que, neste caso, os valores obtidos nos diferentes intervalos para a mesma posição radial são compatíveis.

Já na Figura 5.21, analisamos o disparo #34124, onde uma tensão de +150 V foi aplicada no eletrodo. Nela, podemos enxergar uma mudança no comportamento dos pontos na região de borda durante a aplicação da tensão, enquanto que a SOL permanece inalterada. É interessante notar que o comportamento na borda antes e depois da aplicação do eletrodo é equivalente e condiz com o comportamento observado no disparo não-perturbado.

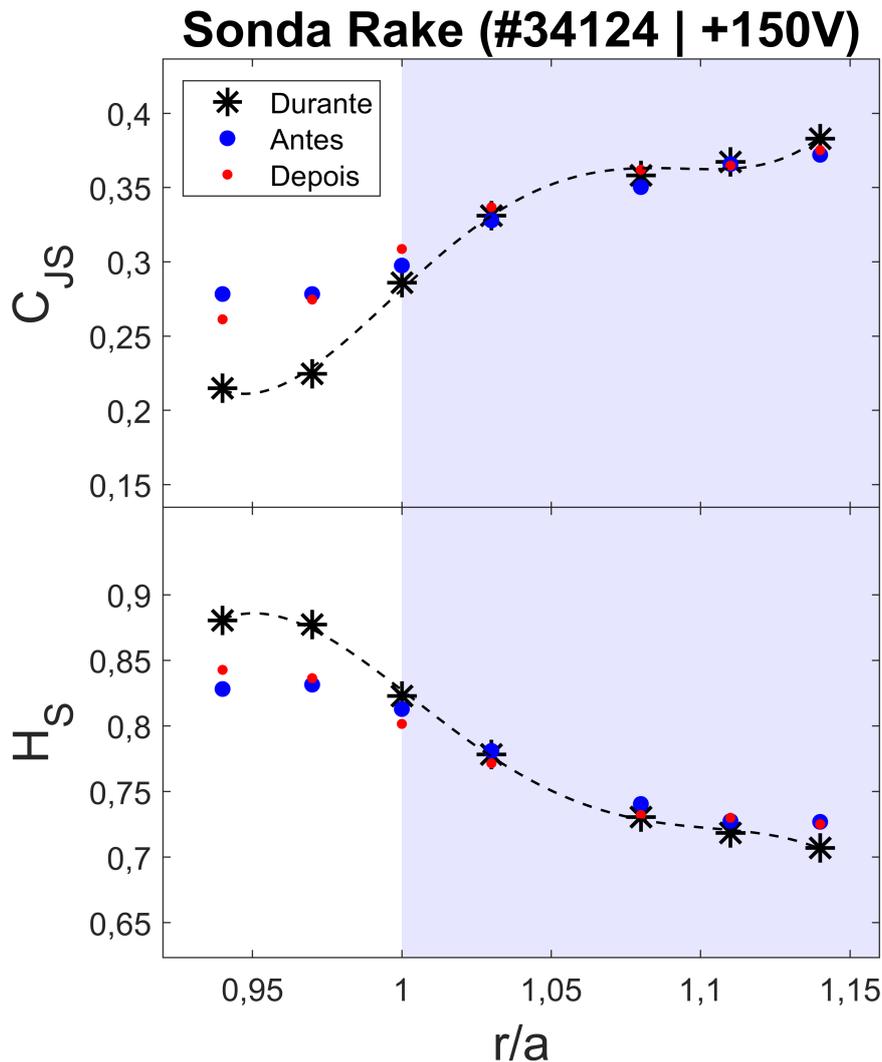


Figura 5.21: Comparação, utilizando o disparo #34124, entre o perfil radial dos valores de complexidade e entropia obtidos para intervalos de 10 ms durante, antes, e depois da aplicação da tensão de +150 V no eletrodo. A linha tracejada em preto é apenas uma guia de olhos representando o comportamento médio dos pontos referentes ao intervalo durante a aplicação do eletrodo. A região sombreada marca a SOL. Para este valor de tensão, já observamos uma queda na complexidade e um aumento na entropia na região de borda devido à ação do eletrodo, enquanto que os pontos na SOL permanecem inalterados.

Por fim, na Figura 5.22, analisamos o disparo #34144, onde uma tensão de +300 V foi aplicada no eletrodo. Novamente, podemos enxergar uma mudança no comportamento dos pontos na região de borda durante a aplicação da tensão, dessa vez bem mais expressiva, enquanto que as regiões mais externas da SOL permanecem inalteradas. É interessante notar que o comportamento na borda antes e depois da aplicação do eletrodo é equivalente e condiz com o comportamento observado no disparo não-perturbado.

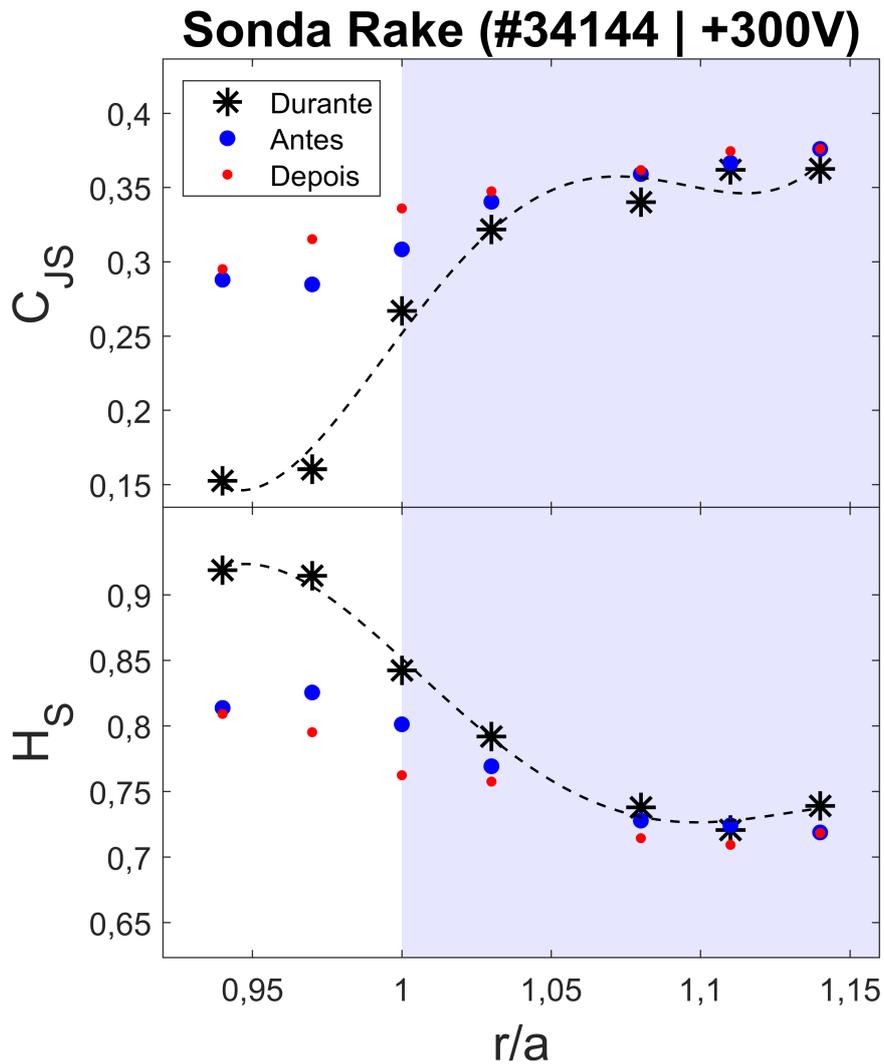


Figura 5.22: Comparação, utilizando o disparo #34144, entre o perfil radial dos valores de complexidade e entropia obtidos para intervalos de 10 ms durante, antes, e depois da aplicação da tensão de +300 V no eletrodo. A linha tracejada em preto é apenas uma guia de olhos representando o comportamento médio dos pontos referentes ao intervalo durante a aplicação do eletrodo. A região sombreada marca a SOL. Para este valor de tensão, o efeito do eletrodo já é suficiente para afetar os pontos da SOL mais próximos da LCMS.

Capítulo 6

Conclusões

Nesta dissertação, avaliamos o uso da metodologia de Rosso et al. para caracterização da natureza dinâmica de séries temporais através de sua representação no plano de complexidade-entropia (C-H). Por conta das medidas estatísticas (complexidade e entropia) serem calculadas através de uma análise feita em escalas temporais curtas (sequências de menos de 10 pontos por vez), o método é robusto ao efeito de tendências lentas e ruídos de baixa frequência no sinal. Para o caso de ruídos de alta frequência, com intensidade suficiente para dominar os estados de ordenação nas janelas temporais, o uso da subamostragem se mostrou capaz de limpar o sinal sem introduzir uma autocorrelação no ruído de fundo, como seria o caso da aplicação de filtros do tipo “passa-baixa”, como a média móvel, tornando o método sensível às estruturas presentes no sinal sem alterar os estados de ordenação devido ao ruído de fundo. Além disso, o método também é robusto sob embaralhamentos de pedaços da série temporal, o que permite a estimação da incerteza das medidas estatísticas mesmo no caso de sinais medidos em um sistema sob influência nas mudanças na sua dinâmica.

Por outro lado, o método é sensível ao tamanho das séries temporais analisadas, por conta de sua limitação quanto à estimativa da distribuição de probabilidades de ocorrência dos estados de ordenação através das frequências relativas de ocorrência na série temporal analisada. Séries muito pequenas ($M/K \approx 1$) podem gerar estados de ordenação não-populados, de forma que a complexidade tende a ser superestimada. Séries da ordem de grandeza do número de estados possíveis são muito suscetíveis a flutuação na sua representação no plano C-H por conta do baixo número de ocorrências considerado na estimativa das probabilidades dos estados de ordenação. Além dessa limitação, o uso desnecessário de subamostragem pode alterar significativamente a posição da série no plano C-H, mesmo que as estruturas de interesse não cheguem a ser alteradas drasticamente. Essa alteração da posição da série no plano C-H também foi verificada quando se usa filtros para suavização do sinal. Por fim, com base em todas essas limitações, percebemos

que a posição relativa de pontos no diagrama C-H não pode ser atrelada diretamente a uma interpretação da influência de efeitos determinísticos em relação aos efeitos estocásticos na série temporal analisada.

Através da análise das flutuações turbulentas do sinal de corrente de saturação iônica medido por sondas de Langmuir na região de borda do plasma gerado e confinado pelo tokamak TCABR, observamos que todos os 173 sinais analisados caíram na região caótica do diagrama C-H. Este resultado é consistente com os obtidos através da análise da turbulência eletrostática nos tokamaks DIII-D (através dos diagnósticos de espalhamento Doppler de retorno nas regiões interna, borda, e SOL) [20] e Alcator C-Mod (através dos diagnósticos de reflectometria e *Gas-Puff Imaging* na região de borda e SOL) [21]. A dependência entre a posição radial do sinal coletado e da sua posição no plano C-H foi verificada neste trabalho e é similar a dependência apresentada nos resultados obtidos no DIII-D e Alcator C-Mod. Por meio da sonda rake, com 7 pinos de aquisição distribuídos radialmente utilizados durante os disparos, um perfil radial relativamente estável das medidas estatísticas de Complexidade de Jensen-Shannon e Entropia de Shannon foi obtido para os diferentes disparos. Esses perfis revelaram a reprodutibilidade do método, pois os perfis obtidos apresentam dependências suaves em relação à posição radial, com tendências similares em disparos diferentes feitos em condições equivalentes do plasma. Ao mesmo tempo, essas análises demonstraram a sensibilidade do método em relação às condições gerais do plasma.

Já utilizando especificamente os sinais coletados durante os disparos perturbados pela ação de um eletrodo polarizado que altera o campo elétrico radial e melhora o confinamento do plasma [23], percebemos que as mudanças que ocorrem na turbulência são refletidas no plano C-H, alterando o perfil radial de uma maneira compatível com a hipótese "da redução do efeito das estruturas coerentes e o aparecimento de uma barreira de transporte [56, 66]. Além disso, as análises realizadas em intervalos de tempo diferentes do mesmo disparo perturbado mostraram que o perfil radial dos disparos perturbados apresenta comportamento equivalente ao de disparos não-perturbados nos tempos anteriores e posteriores a polarização do eletrodo, apresentando comportamento diferente apenas durante a aplicação da tensão. Estas sensibilidades quanto às características do plasma em diferentes posições radiais e modos de confinamento torna o método do diagrama C-H um indicador muito interessante para verificar a adequação de séries temporais simuladas através de modelos fenomenológicos, como é o caso modelo de "trem de pulsos" [68], que atualmente está sendo empregado para simular as flutuações turbulentas de densidade em plasmas do tokamak TCABR por um aluno de mestrado do grupo.

Bibliografia

- [1] M. I. Hoffert e K. Caldeira, *Climate change and energy, overview* (Elsevier, 2004).
- [2] N. Y. (S. United Nations, *World Population Prospects 2019: Highlights* (2001).
- [3] W. Horton, “Drift waves and transport”, *Reviews of Modern Physics* **71**, 735 (1999).
- [4] J. A. Bittencourt, *Fundamentals of plasma physics* (Springer Science & Business Media, 2013).
- [5] H. P. Furth, “Tokamak research”, *Nuclear Fusion* **15**, 487 (1975).
- [6] A. J. Wootton, B. A. Carreras, H. Matsumoto, K. McGuire, W. A. Peebles, C. P. Ritz, P. W. Terry e S. J. Zweben, “Fluctuations and anomalous transport in tokamaks”, *Physics of Fluids B: Plasma Physics* **2**, 2879–2903 (1990).
- [7] J. W. Connor, “Tokamak turbulence-electrostatic or magnetic?”, *Plasma Physics and Controlled Fusion* **35**, B293 (1993).
- [8] O. A. Rosso, H. A. Larrondo, M. T. Martin, A. Plastino e M. A. Fuentes, “Distinguishing noise from chaos”, *Physical Review Letters* **99**, 154102 (2007).
- [9] C. Bandt e B. Pompe, “Permutation entropy: a natural complexity measure for time series”, *Physical Review Letters* **88**, 174102 (2002).
- [10] J. E. Maggs e G. J. Morales, “Permutation entropy analysis of temperature fluctuations from a basic electron heat transport experiment”, *Plasma Physics and Controlled Fusion* **55**, 085015 (2013).
- [11] W. Gekelman, B. Van Compernelle, T. DeHaas e S. Vincena, “Chaos in magnetic flux ropes”, *Plasma Physics and Controlled Fusion* **56**, 064002 (2014).
- [12] P. J. Weck, D. A. Schaffner, M. R. Brown e R. T. Wicks, “Permutation entropy and statistical complexity analysis of turbulence in laboratory plasmas and the solar wind”, *Physical Review E* **91**, 023101 (2015).
- [13] J. M. Weygand e M. G. Kivelson, “Jensen–Shannon Complexity Measurements in Solar Wind Magnetic Field Fluctuations”, *The Astrophysical Journal* **872**, 59 (2019).
- [14] M. Zanin, “Forbidden patterns in financial time series”, *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science* **18**, 013119 (2008).
- [15] L. Zunino, M. Zanin, B. M. Tabak, D. G. Pérez e O. A. Rosso, “Forbidden patterns, permutation entropy and stock market inefficiency”, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* **388**, 2854–2864 (2009).
- [16] G. Ouyang, X. Li, C. Dang e D. A. Richards, “Deterministic dynamics of neural activity during absence seizures in rats”, *Physical Review E* **79**, 041146 (2009).

BIBLIOGRAFIA

- [17] I. Echevoyen, D. López-Sanz, J. H. Martínez, F. Maestú e J. M. Buldú, “Permutation Entropy and Statistical Complexity in Mild Cognitive Impairment and Alzheimer’s Disease: An Analysis Based on Frequency Bands”, *Entropy* **22**, 116 (2020).
- [18] F. H. A. de Araujo, L. Bejan, B. Stosic e T. Stosic, “An analysis of Brazilian agricultural commodities using permutation–information theory quantifiers: The influence of food crisis”, *Chaos, Solitons & Fractals* **139**, 110081 (2020).
- [19] J. G. Colonna, J. R. H. Carvalho e O. A. Rosso, “Estimating ecoacoustic activity in the Amazon rainforest through Information Theory quantifiers”, *PloS one* **15**, e0229425 (2020).
- [20] J. E. Maggs, T. L. Rhodes e G. J. Morales, “Chaotic density fluctuations in L-mode plasmas of the DIII-D tokamak”, *Plasma Physics and Controlled Fusion* **57**, 045004 (2015).
- [21] Z. Zhu, A. E. White, T. A. Carter, S. G. Baek e J. L. Terry, “Chaotic edge density fluctuations in the Alcator C-Mod tokamak”, *Physics of Plasmas* **24**, 042301 (2017).
- [22] A. A. Ferreira, M. V. A. P. Heller, I. L. Caldas, E. A. Lerche, L. F. Ruchko e L. A. Baccalá, “Turbulence and transport in the scrape-off layer TCABR tokamak”, *Plasma Physics and Controlled Fusion* **46**, 669 (2004).
- [23] I. C. Nascimento, Y. K. Kuznetsov, J. H. F. Severo, A. M. M. Fonseca, A. Elfimov, V. Bellintani, M. Machida, M. V. A. P. Heller, R. Galvão, E. K. Sanada et al., “Plasma confinement using biased electrode in the TCABR tokamak”, *Nuclear fusion* **45**, 796 (2005).
- [24] *MATLAB version R2018a*, The Mathworks, Inc. (Natick, Massachusetts, 2018).
- [25] D. H. Lehmer, “Teaching combinatorial tricks to a computer”, em *Proc. Sympos. Appl. Math. Combinatorial Analysis*, vol. 10 (1960), pp. 179–193.
- [26] M. T. Martin, A. Plastino e O. A. Rosso, “Statistical complexity and disequilibrium”, *Physics Letters A* **311**, 126–132 (2003).
- [27] R. Lopez-Ruiz, H. L. Mancini e X. Calbet, “A statistical measure of complexity”, *Physics Letters A* **209**, 321–326 (1995).
- [28] D. P. Feldman, J. P. Crutchfield et al., “Measures of statistical complexity: Why?”, *Physics Letters-Section A* **238**, 244–252 (1998).
- [29] P. W. Lamberti, M. T. Martin, A. Plastino e O. A. Rosso, “Intensive entropic non-triviality measure”, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* **334**, 119–131 (2004).
- [30] X. Calbet e R. López-Ruiz, “Tendency towards maximum complexity in a nonequilibrium isolated system”, *Physical Review E* **63**, 066116 (2001).
- [31] M. T. Martin, A. Plastino e O. A. Rosso, “Generalized statistical complexity measures: Geometrical and analytical properties”, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* **369**, 439–462 (2006).
- [32] C. Anteneodo e A. R. Plastino, “Some features of the López-Ruiz-Mancini-Calbet (LMC) statistical measure of complexity”, *Physics Letters A* **223**, 348–354 (1996).

-
- [33] P. Abry e F. Sellan, *The wavelet-based synthesis for fractional Brownian motion proposed by F. Sellan and Y. Meyer: Remarks and fast implementation*, 1996.
- [34] D. P. Kroese e Z. I. Botev, “Spatial process simulation”, em *Stochastic geometry, spatial statistics and random fields* (Springer, 2015), pp. 369–404.
- [35] R. M. May, “Simple mathematical models with very complicated dynamics”, *Nature* **261**, 459–467 (1976).
- [36] M. Hénon, “A two-dimensional mapping with a strange attractor”, em *The Theory of Chaotic Attractors* (Springer, 1976), pp. 94–102.
- [37] H. G. Schuster e W. Just, *Deterministic chaos: an introduction* (John Wiley & Sons, 2006).
- [38] R. L. Viana, D. L. Toufen, Z. O. Guimarães-Filho, I. L. Caldas, K. W. Gentle e I. C. Nascimento, “Recurrence Analysis of Turbulent Fluctuations in Magnetically Confined Plasmas”, em *Recurrence Plots and Their Quantifications: Expanding Horizons*, ed. por C. L. Webber Jr., C. Ioana e N. Marwan (2016), pp. 341–353.
- [39] Z. O. Guimarães-Filho, I. L. Caldas, R. L. Viana, I. C. Nascimento, Y. K. Kuznetsov e J. Kurths, “Recurrence quantification analysis of turbulent fluctuations in the plasma edge of Tokamak Chauffage Alfvén Brésilien tokamak”, *Physics of Plasmas* **17**, 012303 (2010).
- [40] Z. O. Guimarães-Filho, G. Z. dos Santos Lima, I. L. Caldas, R. L. Viana, I. C. Nascimento e Y. K. Kuznetsov, “Characterizing electrostatic turbulence in tokamak plasmas with high MHD activity”, em *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 246 (2010), p. 012014.
- [41] Z. O. Guimarães-Filho, I. L. Caldas, R. L. Viana, J. Kurths, I. C. Nascimento e Y. K. Kuznetsov, “Recurrence quantification analysis of electrostatic fluctuations in fusion plasmas”, *Physics Letters A* **372**, 1088–1095 (2008).
- [42] C. Rodrigues Neto, Z. O. Guimarães-Filho, I. L. Caldas, I. C. Nascimento e Y. K. Kuznetsov, “Multifractality in plasma edge electrostatic turbulence”, *Physics of Plasmas* **15**, 082311 (2008).
- [43] I. Langmuir, “Oscillations in ionized gases”, *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America* **14**, 627 (1928).
- [44] F. F. Chen, *Introduction to plasma physics* (Springer Science & Business Media, 2012).
- [45] B. B. Kadomtsev, “Evolution of the tokamak”, *Plasma Physics and Controlled Fusion* **30**, 2031 (1988).
- [46] S. Li, H. Jiang, Z. Ren e C. Xu, “Optimal tracking for a divergent-type parabolic PDE system in current profile control”, em *Abstract and Applied Analysis*, vol. 2014 (Hindawi, 2014).
- [47] L. A. Artsimovich, “Tokamak devices”, *Nuclear Fusion* **12**, 215 (1972).
- [48] P. C. Stangeby et al., *The plasma boundary of magnetic fusion devices*, vol. 224 (Institute of Physics Pub. Philadelphia, Pennsylvania, 2000).

BIBLIOGRAFIA

- [49] F. L. Hinton e R. D. Hazeltine, “Theory of plasma transport in toroidal confinement systems”, *Reviews of Modern Physics* **48**, 239 (1976).
- [50] R. L. Viana, S. R. Lopes, I. L. Caldas, J. D. Szezech-Jr, Z. O. Guimarães-Filho, G. Z. dos Santos Lima, P. P. Galuzio, A. M. Batista, Y. K. Kuznetsov e I. C. Nascimento, “Dynamical analysis of turbulence in fusion plasmas and nonlinear waves”, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation* **17**, 4690–4699 (2012).
- [51] I. L. Caldas, R. L. Viana, Z. O. Guimarães-Filho, A. M. Batista, S. R. Lopes, F. A. Marcus, M. Roberto, K. C. Rosalem, J. D. Szezech, D. L. Toufen et al., “Dynamical Effects in Confined Plasma Turbulence”, *Brazilian Journal of Physics* **44**, 903–913 (2014).
- [52] C. P. Ritz, R. V. Bravenec, P. M. Schoch, R. D. Bengtson, J. A. Boedo, J. C. Forster, K. W. Gentle, Y. He, R. L. Hickok, Y. J. Kim et al., “Fluctuation-induced energy flux in the tokamak edge”, *Physical Review Letters* **62**, 1844 (1989).
- [53] G. Y. Antar, G. Counsell, Y. Yu, B. Labombard e P. Devynck, “Universality of intermittent convective transport in the scrape-off layer of magnetically confined devices”, *Physics of Plasmas* **10**, 419–428 (2003).
- [54] D. A. D’ippolito, J. R. Myra e S. J. Zweben, “Convective transport by intermittent blob-filaments: Comparison of theory and experiment”, *Physics of Plasmas* **18**, 060501 (2011).
- [55] G. Y. Antar, G. Counsell e J.-W. Ahn, “On the scaling of avaloids and turbulence with the average density approaching the density limit”, *Physics of Plasmas* **12**, 082503 (2005).
- [56] G. G. Grenfell, I. C. Nascimento, D. S. Oliveira, Z. O. Guimarães-Filho, J. I. Elizondo, A. P. Reis, R. M. O. Galvão, W. A. H. Baquero, A. M. Oliveira, G. Ronchi et al., “H-mode access and the role of spectral shift with electrode biasing in the TCABR tokamak”, *Physics of Plasmas* **25**, 072301 (2018).
- [57] W. A. H. Baquero, “Turbulent temperature fluctuations in TCABR tokamak”, tese de dout. (Instituto de Física da Universidade de São Paulo, São Paulo, Brazil, 2017).
- [58] G. G. Grenfell, “Estudo de efeitos da polarização eletrostática periférica no Tokamak TCABR”, diss. de mest. (Universidade de São Paulo, 2016).
- [59] R. M. O. Galvão, C. H. S. Amador, W. A. H. Baquero, F. Borges, I. L. Caldas, N. A. M. Cuevas, V. N. Duarte, A. G. Elfimov, J. I. Elizondo, A. M. M. Fonseca et al., “Report on recent results obtained in TCABR”, em *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 591 (IOP Publishing, 2015), p. 012001.
- [60] V. I. Demidov, S. V. Ratynskaia e K. Rypdal, “Electric probes for plasmas: The link between theory and instrument”, *Review of Scientific Instruments* **73**, 3409–3439 (2002).
- [61] P. M. Bellan, *Fundamentals of plasma physics* (Cambridge University Press, 2008).
- [62] W. A. Hernandez, Z. O. Guimarães-Filho, G. G. Grenfell e I. C. Nascimento, “Spatial inhomogeneity effects on burst temperature estimation using a triple probe configuration in Tokamak Chauffage Alfvén Brésilien tokamak”, *Journal of Plasma Physics* **85**, 905850407 (2019).

- [63] F. A. C. Pereira, W. A. H. Baquero, D. L. Toufen, Z. O. Guimarães-Filho, I. L. Caldas e K. W. Gentle, “Burst temperature from conditional analysis in Texas Helimak and TCABR tokamak”, *Physics of Plasmas* **25**, 042301 (2018).
- [64] R. J. Taylor, M. L. Brown, B. D. Fried, H. Grote, J. R. Liberati, G. J. Morales, P. Pribyl, D. Darrow e M. Ono, “H-mode behavior induced by cross-field currents in a tokamak”, *Physical Review Letters* **63**, 2365 (1989).
- [65] F. Wagner, “A quarter-century of H-mode studies”, *Plasma Physics and Controlled Fusion* **49**, B1 (2007).
- [66] F. A. Marcus, T. Kroetz, M. Roberto, I. L. Caldas, E. C. Da Silva, R. L. Viana e Z. O. Guimarães-Filho, “Chaotic transport in reversed shear tokamaks”, *Nuclear Fusion* **48**, 024018 (2008).
- [67] F. A. Marcus, I. L. Caldas, Z. O. Guimarães-Filho, P. J. Morrison, W. Horton, Y. K. Kuznetsov e I. C. Nascimento, “Reduction of chaotic particle transport driven by drift waves in sheared flows”, *Physics of Plasmas* **15**, 112304 (2008).
- [68] O. E. Garcia, “Stochastic modeling of intermittent scrape-off layer plasma fluctuations”, *Physical Review Letters* **108**, 265001 (2012).