

PGP 5326 Sistemas Dinâmicos Não Lineares

1° Semestre de 2022

2° Lista

Entregar no dia 25 de maio

1°) Esta questão diz respeito aos itens 9.1 e 9.2, referentes ao sistema de Lorenz, do livro *Chaos*, escrito por Alligood, Sauer e Yorke

- a) Determine os pontos de equilíbrio do sistema de Lorenz.
- b) Considere a Tabela 9.1 (com os parâmetros $\sigma = 10$ e $b = 8/3$). Escolha condições iniciais adequadas e obtenha numericamente, no plano zx , exemplos dos atratores caóticos, pontos de equilíbrio atrativos e transiente caótico, para um valor do parâmetro de controle r em cada um dos intervalos mencionados nessa tabela.

2°) Esta questão diz respeito a resultados sobre o sistema de Lorenz, contidos no artigo *Deterministic Nonperiodic Flow*, de E. N. Lorenz, publicado no *Journal of Atmospheric Sciences* **20**, 130-141 (1963).

- a) Obtenha numericamente, no plano zx , o atrator da Fig. 2.
- b) Obtenha numericamente a Fig. 4.
- c) Obtenha numericamente a Fig. 5.

3°) Esta questão diz respeito à Fig. 10.16 do livro *Chaos* (escrito por de Alligood, Sauer e Yorke), referente a uma crise de um atrator caótico do Mapa de Ikeda,

- a) Calcule numericamente o diagrama de bifurcação, em função do parâmetro a de controle, no intervalo em que ocorre a crise ($6,6 < a < 7,6$). Assinale, nesse diagrama, o valor crítico $a = a_c$ da crise analisada.
- b) Faça um gráfico da evolução da variável y (em função de n) para cada atrator caótico da Fig. 10.16.
- c) Reproduza os atratores da Figura 10.16. Discuta a intermitência observada na alteração dos atratores das Figs. 10.16 (c) e (d)

Sugestão: Leia o item II.C (*The Ikeda Map*) do artigo *Critical Exponents for Crisis-Induced Intermittency*, de C. Grebogi, E. Ott, F. Romeras, J. A. Yorke, publicado em *Physical Review A*, **36**, 5365 (1987).

4°) Esta questão diz respeito à Fig. 10.19 do livro *Chaos* (escrito por de Alligood, Sauer e Yorke), referente a um transiente caótico do Mapa de Ikeda.

- a) Calcule, numericamente, as coordenadas do ponto fixo e mostre que ele é estável.
- b) Para um valor de $r = 0,997 < r_c$, obtenha numericamente o atrator caótico e o ponto fixo estável.
- c) Para um valor de $r = 1,003 > r_c$, obtenha numericamente a Fig. 10.19 com o transiente caótico e o ponto fixo estável.
- d) Idem para $r = 1,005$ e $r = 1,007$.

Sugestão: Leia o artigo *Critical Exponent of Chaotic Transients in Nonlinear Dynamical Systems*, de C. Grebogi, E. Ott, J. A. Yorke, publicado em *Physical Review Letters*, 57, 1284 (1986).