

A ALGEBRA DEFORMADA E  
O Z-SCALING.

# “Revisão” de álgebra deformada

- Para um sistema aditivo,

A entropia de BG torna-se

$$S = k \ln \mu^N = Nk \ln \mu,$$

Consideremos dois subsistemas independentes  $A$  e  $B$ , com  $W_A$  e  $W_B$  a quantidade de microestados possíveis de cada um respectivamente, e que constituem um sistema composto  $AB$ . O número total de estados possíveis do sistema composto é dado pelo produto do número de microestados de cada parte, *i.e.*,  $W_{AB} = W_A W_B$ . Portanto, a entropia do sistema composto satisfaz

$$S(A + B) = k \ln W_{AB} = k \ln(W_A W_B) = k \ln W_A + k \ln W_B = S(A) + S(B), \quad (2.6)$$

- Tsallis generalizou a entropia para o caso dos subsistemas A e B interagirem.

Para o *ensemble* microcanônico, a entropia de Tsallis é dada por

$$S_q = k \frac{W^{1-q} - 1}{1 - q} = k \ln_q W, \quad (2.11)$$

e satisfaz a seguinte propriedade para dois subsistemas independentes  $A$  e  $B$  com número de microestados dados por  $W = W_A W_B$ :

$$\frac{S_q(A + B)}{k} = \frac{S_q(A)}{k} + \frac{S_q(B)}{k} + (1 - q) \frac{S_q(A)}{k} \frac{S_q(B)}{k}. \quad (2.12)$$

- Na álgebra deformada, temos as funções q-logaritmo e q-exponencial

$$\ln_q x \equiv \frac{x^{1-q} - 1}{1 - q}, \quad (x > 0).$$

- q-log foi usada para o calculo da entropia

- Segue a definição do q-exponencial

$$\exp_q x \equiv [1 + (1 - q)x]_+^{1/(1-q)},$$

# Propriedades Operacionais

Primeiro, a derivada de Jackson

$$\mathcal{D}_{(q)} f(x) \equiv \frac{f(qx) - f(x)}{(q-1)x},$$

e está associada a efeitos de dilatação.

Consistente com o cálculo  $q$ -deformado é introduzida a integração

$$\int_0^{x_0} f(x) d_{(q)} x = \sum_{n=0}^{\infty} f(x_n) \Delta_q x_n, \quad (2.19)$$

onde  $\Delta_q x_n = x_n - x_{n+1}$  e  $x_n = x_0 q^n$  para  $0 < q < 1$ , enquanto  $\Delta_q x_n = x_{n-1} - x_n$ , e  $x_n = x_0 q^{-n-1}$  para  $q > 1$  [16]. Claramente notamos que a equação é similar a integração de Riemann, mas apresenta um passo variável  $\Delta_q x_n$ . É possível verificar que

- $\Delta_q x_n$  positivo nos dois casos
- $\Delta_q x_n$  cada vez menor com aumento de n
- Derivada de Jackson operação inversa desta integral.

A ação da derivada de Jackson sobre as funções exponenciais  $q$ -deformadas é

$$\mathcal{D}_{(q)} e_{(q)}^z = e_{(q)}^z, \quad (2.27)$$

(i)  $q$ -soma  $\oplus_q$ :

$$x \oplus_q y \equiv x + y + (1 - q)xy,$$

(ii)  $q$ -diferença  $\ominus_q$ :

$$x \ominus_q y \equiv \frac{x - y}{1 + (1 - q)y}, \quad \left( y \neq -\frac{1}{1 - q} \right),$$

(iii)  $q$ -produto  $\otimes_q$ :

$$x \otimes_q y \equiv [x^{1-q} + y^{1-q} - 1]_+^{1/(1-q)}, \quad (x \geq 0, y \geq 0),$$

(iv)  $q$ -razão  $\oslash_q$ :

$$x \oslash_q y \equiv [x^{1-q} - y^{1-q} + 1]_+^{1/(1-q)}, \quad (x \geq 0, y \geq 0).$$

- Neste ponto, mudamos a referencia para

Self-similarity of  $K_S^0$ -meson production in  $Au + Au$   
collisions from BES-I at STAR and anomaly of  
“specific heat” and entropy

Mikhail Tokarev <sup>a,b,\*</sup>, Imrich Zborovský <sup>c</sup>

# Definição do z-scaling

- As interações dos constituintes dos hadrons são similares (auto similaridade, em português). As variáveis para descrever isto são definidas a seguir:

$$z = z_0 \Omega^{-1},$$

$$\psi(z) = \frac{\pi}{(dN/d\eta) \sigma_{in}} J^{-1} E \frac{d^3\sigma}{dp^3},$$

O z está escondido no J

$$\textcolor{blue}{J} \cong \frac{1}{p} \frac{\partial z}{\partial E}.$$

- O que faz a relação entre  $\psi$  e z ser uma equação diferencial.

- A solução encontrada pelo grupo, utilizando o conceito Termofractal e verificando outras relações matemáticas foi

$$\psi(z) = \sigma_o \left[ 1 + (q - 1) \frac{z}{\lambda} \right]^{\frac{-q}{q-1}}$$

# O que eu encontrei

- Usando a formula de divisão da álgebra deformada ( o que pode ser justificado se pensarmos no espaço dos momento com dimensão fractal) .

$$z = \frac{z_0}{\Omega}$$

$$x \otimes_q y = [x^{1-q} - y^{1-q} + 1]^{\frac{1}{1-q}}$$

$$z = \left[ z_0^{1-q} - \Omega^{1-q} + 1 \right]^{\frac{1}{1-q}}$$

$$= \left[ \frac{z_0}{z_0^q} - \frac{\Omega}{\Omega^q} + 1 \right]^{\frac{1}{1-q}}$$

$$\left[ \frac{z_0 \Omega^q - z_0^q \Omega}{z_0^q \Omega^q} + 1 \right]^{\frac{1}{1-q}}$$

$$\left[ \frac{z_0 \Omega^{-1} \Omega^{q+1} - z_0 z_0^{q-1} \Omega^{-1} \Omega^2}{z_0^q \Omega^q} + 1 \right]^{\frac{1}{1-q}}$$

$$z = \left[ z \left( \frac{\Omega^{q+1} - \Omega^2 z_0^{q-1}}{z_0^q \Omega^q} \right) + 1 \right]^{\frac{1}{1-q}}$$

$$\bullet \frac{q-1}{\lambda} = \left( \frac{\Omega^{q+1} - \Omega^2 z_0^{q-1}}{z_0^q \Omega^q} \right)$$

$$\bullet \Psi(z) = cz^{-q}$$

- A única flexibilidade está em lambda, temperatura.