

# Análise da Evolução Temporal do Número de Patentes

**Orientador: Luis Augusto Trevisan**

**Orientando: Leonardo Andrade de Matos**

# Introdução

A evolução científica e tecnológica permite à humanidade viver com um conforto e bem estar inimagináveis a séculos atrás.

Uma das maneiras de se medir a evolução tecnológica é pelo número de patentes.

As teorias econômicas associam a competição ao aumento do número de patentes. As empresas precisam de produtos patenteados para ter vantagens competitivas.

Além disso, no longo prazo, é a evolução tecnológica que leva ao crescimento econômico. No ciclo de aumento de produtividade.

# Modelos matemáticos

- **Modelo Exponencial Simple (s-exp)**

$$\text{exp}_{\alpha}(\beta t) = \alpha e^{\beta t}$$

# Modelos matemáticos

- **Modelo Exponencial-Q (q-exp)**

De acordo com Abe (2002):

$$\exp_q(t) = [1 + (1 - q)t]^{\frac{1}{1-q}}$$

- **Adicionando os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$ :**

$$\exp_q^\alpha(\beta t) = \alpha [1 + (1 - q)\beta t]^{\frac{1}{1-q}}$$

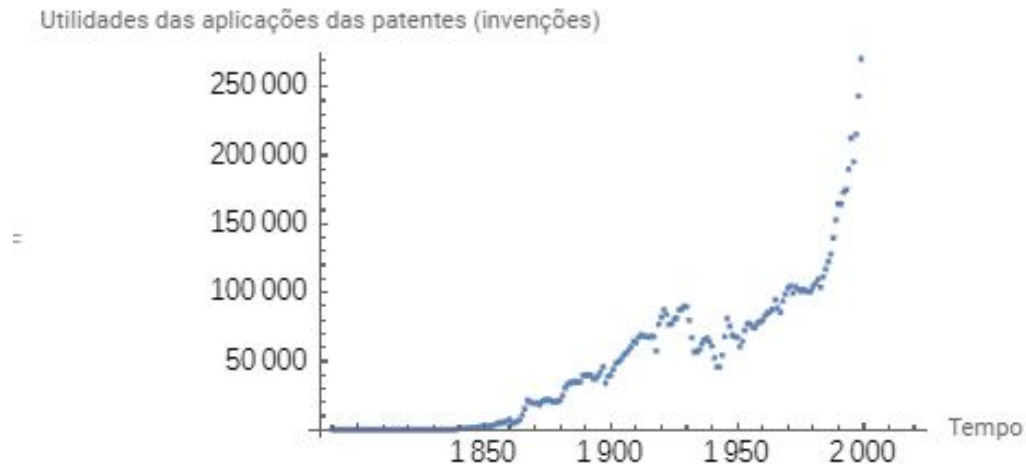
## Crescimento exponencial

Em alguns casos, podemos observar uma evolução exponencial do número de patentes.

Patentes em geral, patentes de software.

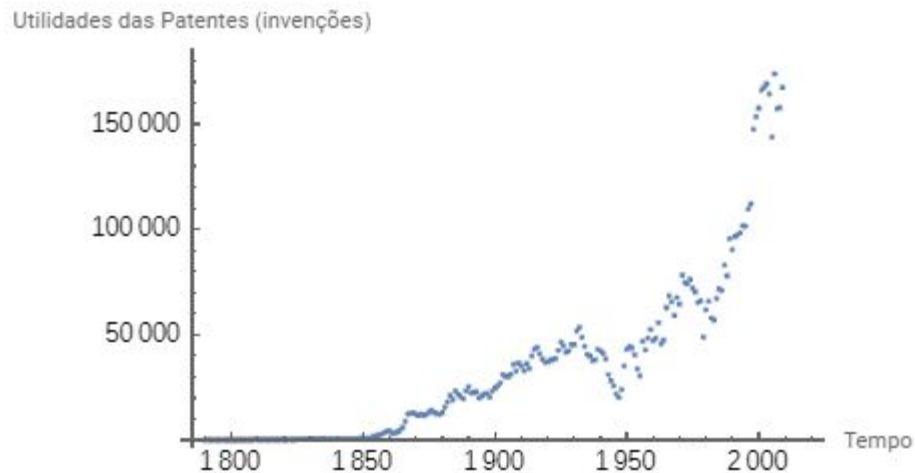
A seguir, será mostrado dois gráficos feitos a partir dos dados do USPTO acerca da atividade de Patentes nos Estados Unidos, anos de 1790 até 2020 (USPTO, 2021). Os dois gráficos são referentes às utilidades das aplicações das patentes e das utilidades das patentes, respectivamente:

# Crescimento exponencial



Fonte: O autor (2024).

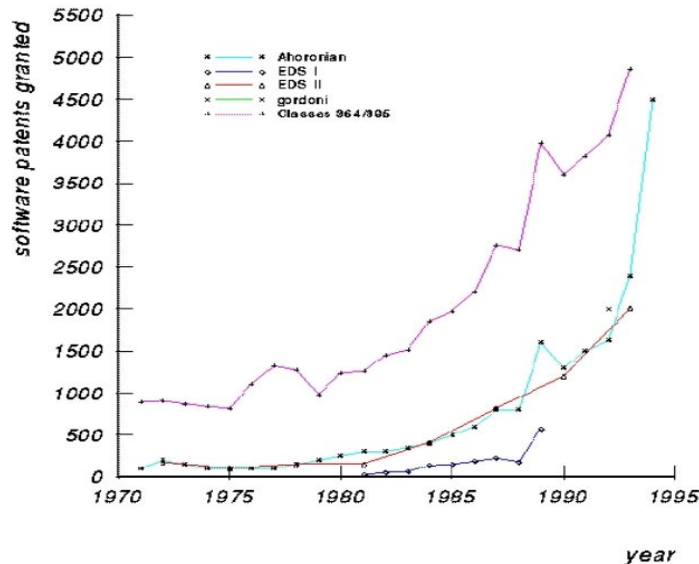
# Crescimento exponencial



Fonte: O autor (2024).

# Crescimento exponencial

O gráfico abaixo remete ao crescimento do número de patentes de software, entre os anos 1970 a 1995.



Fonte: Exponential Growth of Software Patents (1996).



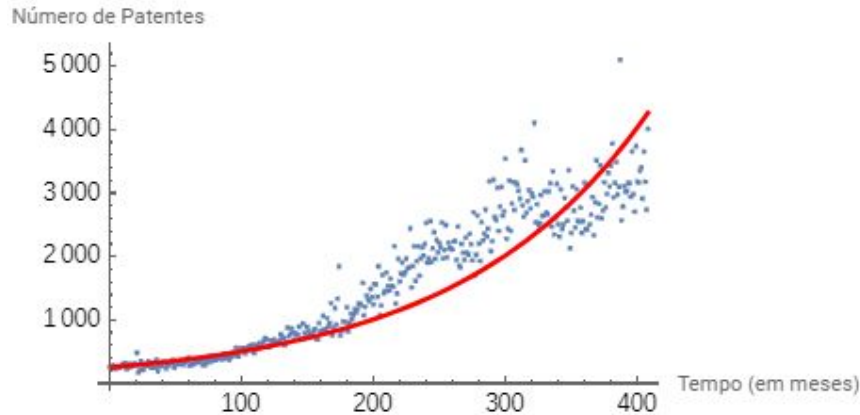
# Crescimento Exponencial Simples

Em diante, será apresentado os gráficos de evolução temporal, referentes aos National Bureau of Economic Research (NBER).

A classificação das patentes do NBER, estão de acordo com Half, Jaffe e Tranjtenberg (2001).

# Crescimento Exponencial Simples

Gráfico de evolução temporal NBER 21 - Comunicações - ajustada pelo modelo s-exp:

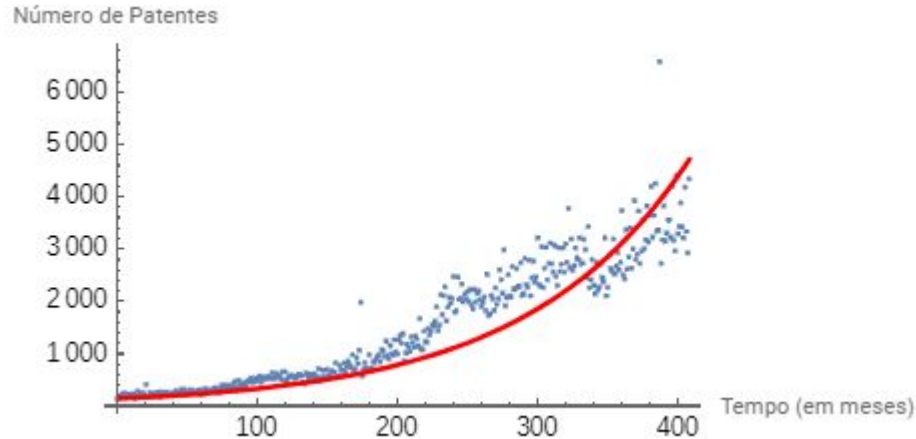


Fonte: O autor (2024).

$$\alpha = 251; \beta = 0,006942; R^2 = 0.793795$$

# Crescimento Exponencial Simples

Gráfico de evolução temporal NBER 22 - Computador, Hardware e Software - ajustada pelo modelo s-exp:

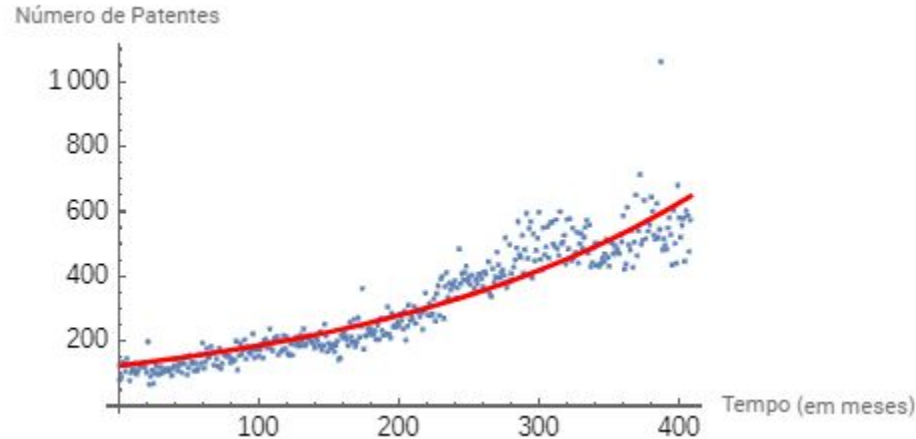


Fonte: O autor (2024).

$$\alpha = 139; \beta = 0,008632; R^2 = 0,792440$$

# Crescimento Exponencial Simples

Gráfico de evolução temporal NBER 42 - Iluminação elétrica - ajustada pelo modelo s-exp:

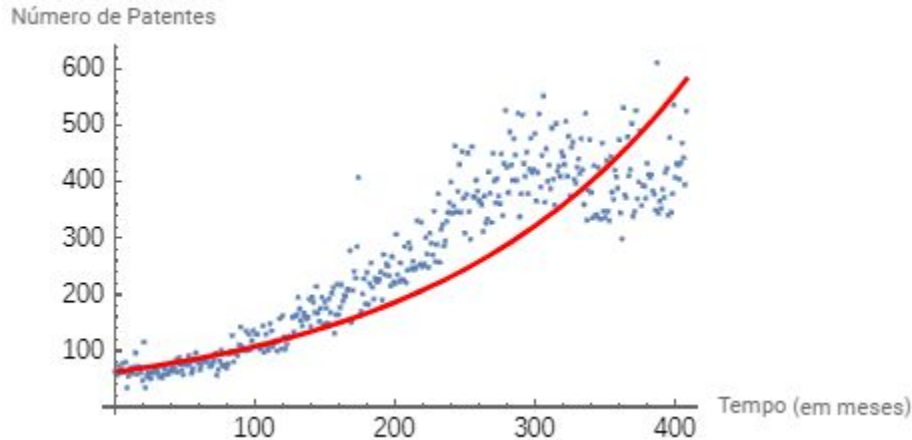


Fonte: O autor (2024).

$$\alpha = 80; \beta = 0,005334; R^2 = 0.797379$$

# Crescimento Exponencial Simples

Gráfico de evolução temporal NBER 54 - Óptica - ajustada pelo modelo s-exp:



Fonte: O autor (2024).

$$\alpha = 62; \beta = 0,005490; R^2 = 0.681944$$

## Q-exponencial

Com o tempo discretizado, podemos relacionar a função do crescimento do número de patentes com a q-exp(x).

A q-exp(x) é dada por:  $q\text{-exp}(\beta x, \alpha) = \exp_q^\alpha(\beta t) = \alpha [1 + (1 - q)\beta t]^{\frac{1}{1-q}}$

A diferença entre o número de patentes no período n ( $P_n$ ) e o número no período n-1 ( $P_{n-1}$ ) é proporcional ( $\alpha$ ) ao número de patentes em n-1.

$$P_n - P_{n-1} = \alpha P_n \Rightarrow P_n = (1 + \alpha) P_{n-1}$$

## Q-exponencial

Repetindo a última operação, aparecerão termos de potência, que poderão ser relacionados à  $q\text{-exp}(\beta x)$

$$P_{n+1} - P_n = \alpha P_n \Rightarrow P_{n+1} = (1 + \alpha)P_n = (1 + \alpha)^2 P_{n-1}$$

Generalizando, fica:

$$P_{n+m} = (1 + \alpha)^m P_n$$

## Q-exponencial

Sabemos que  $exp_q^\alpha(\beta t) = \alpha[1 + (1 - q)\beta t]^{\frac{1}{1-q}}$

Tomemos  $m = \frac{1}{1-q}$

$$exp_q^\alpha(\beta t) = exp_m^\alpha(\beta t) = \alpha\left(1 + \frac{\beta t}{m}\right)^m$$

Tomando  $\gamma = \frac{\beta t}{m}$ , teremos:

$$exp_a^\alpha(\beta t) = exp_m^\alpha(\beta t) = \alpha(1 + \gamma)^m$$

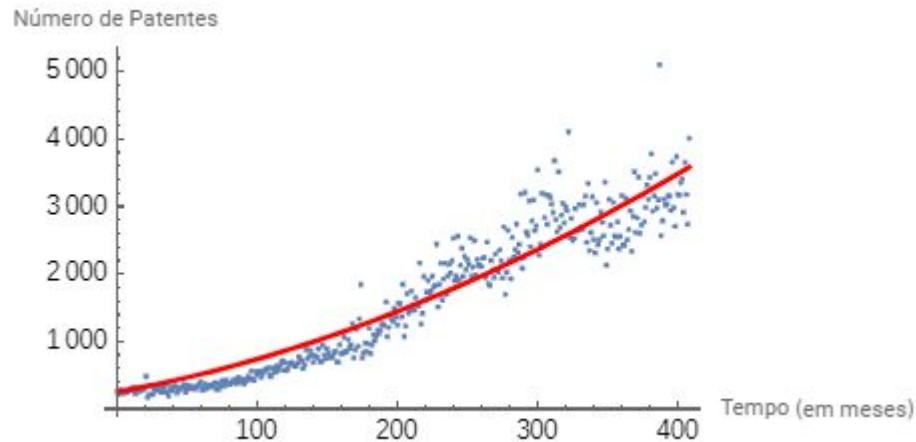
Se  $P_1 = \alpha \Rightarrow P_{m+1} = exp_q^\alpha(\beta t) = \alpha(1 + \gamma)^m$

**Obs:**  $\lim_{q \rightarrow 1} exp_q^\alpha(\beta t) = \lim_{m \rightarrow \infty} exp_m^\alpha(\beta t) = e^{\beta t}$



# Crescimento Exponencial-Q

Gráfico de evolução temporal NBER 21 - Comunicações - ajustada pelo modelo q-exp:

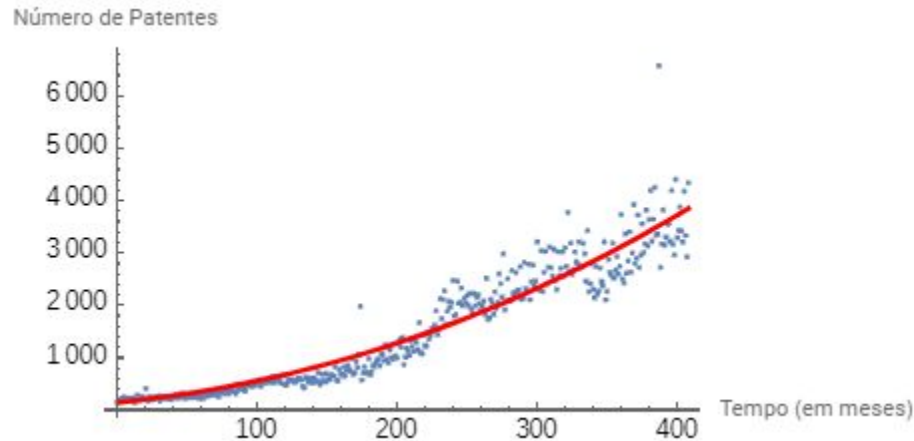


Fonte: O autor (2024).

$$\alpha = 251; \beta = 0,014576; q = 0,458052; R^2 = 0.903676$$

# Crescimento Exponencial-Q

Gráfico de evolução temporal NBER 22 - Computador, Hardware e Software - ajustada pelo q-exp:

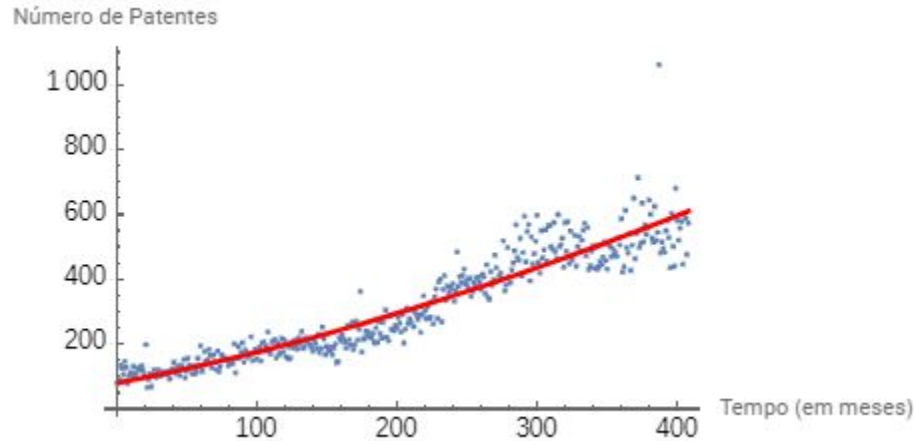


Fonte: O autor (2024).

$$\alpha = 139; \beta = 0,019291; q = 0,538138; R^2 = 0.913073$$

# Crescimento Exponencial-Q

Gráfico de evolução temporal NBER 42 - Iluminação elétrica - ajustada pelo modelo q-exp:

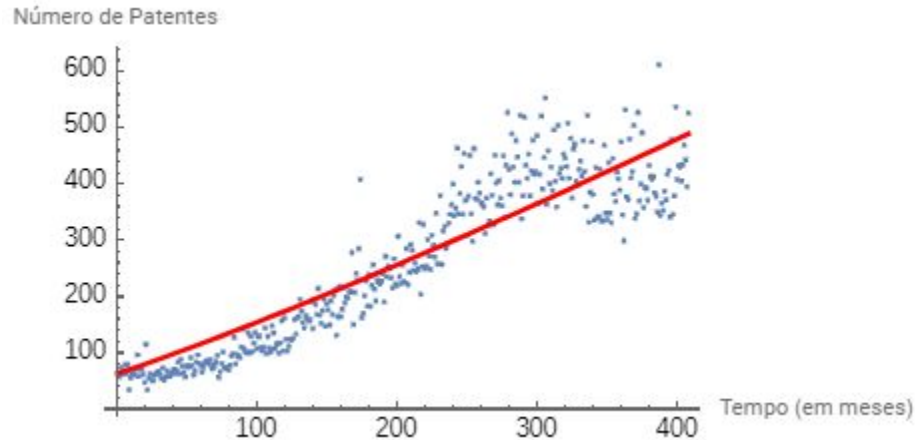


Fonte: O autor (2024).

$$\alpha = 80; \beta = 0,010093; q = 0,369202; R^2 = 0.884768$$

# Crescimento Exponencial-Q

Gráfico de evolução temporal NBER 54 - Óptica - ajustada pelo modelo q-exp:



Fonte: O autor (2024).

$$\alpha = 62; \beta = 0,013653; q = 0,158435; R^2 = 0.843953$$

## Referências

ABE, S. Stability of Tsallis entropy and instabilities of Rényi and normalized Tsallis entropies: A basis for q-exponential distributions. **ArXiv**, v. 3, Ibaraki, Jun 2002. Disponível em: <https://arxiv.org/pdf/cond-mat/0206078.pdf> . Acesso em: 12 abr 2024.

GENG, D; KALI, R. Trade and innovation: Unraveling a complex nexus. **International Journal of Innovation Studies**, v. 5, n. 1, p. 23-34, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.ijis.2021.01.00>. Acesso em: 12 abr 2024.

HALL, B, H; JAFFE, A, B; TRAJTENBERG, M. The NBER Patent Citation Data File: Lessons, Insights and Methodological Tools. **National Bureau of Economic Research**, Cambridge, October, 2001. Disponível em: <https://www.nber.org/papers/w8498>. Acesso em: 12 abr 2024.

## Referências

NEGASSI, S; HUNG, T-Y. The nature of market competition and innovation: does competition improve innovation output. **Economics of Innovation and New Technology**, v.23, n. 1, p. 63-91, Routledge, ago 2013. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/10438599.2013.811936>. Acesso em: 12 abr 2024.

USPTO. **Historical Patent Data Files**. 2014. Disponível em: <https://www.uspto.gov/ip-policy/economic-research/research-datasets/historical-patent-data-files>. Acesso em: 12 abr 2024.

EXPONENTIAL Growth of Software Patents. **MIT CSAIL**. 1996. Disponível em: <https://groups.csail.mit.edu/mac/projects/lpf/Patents/counts.html>. Acesso em 12 abr 2024.