

Distribuição de Pearson aplicada à HEP

Lucas Quinsan Rocha

Instituto de Física
Universidade de São Paulo

11/04/2023



- 1 Introdução
- 2 Aplicação à Física de Altas Energias
- 3 Utilização do modelo

- 1 Introdução
- 2 Aplicação à Física de Altas Energias
- 3 Utilização do modelo

Distribuição de Pearson

- A distribuição de Pearson é uma família de distribuições de probabilidade contínuas;
- Foi primeiramente publicada em 1895 em artigos relacionados à bioestatística;

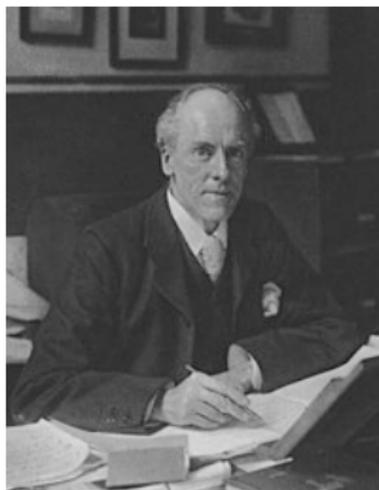


Figura 1: Karl Pearson

Forma

Dada a equação diferencial:

$$\frac{p'(x)}{p(x)} + \frac{a + (x - \mu)}{b_0 + b_1(x - \mu) + b_2(x - \mu)^2} = 0 \quad (1)$$

soluções desta são funções de distribuição de Pearson e variam dependendo do intervalo na qual seus parâmetros se encontram; Como funções exponencial, gaussiana, gamma, t-Student entre outras.

A ideia principal é classificar uma função baseado em seus quatro primeiros momentos relacionados à média, desvio padrão, assimetria(skewness) e curtose.

Equação Diferencial

Resolvendo a equação diferencial acima (tomando $\mu = 0$, obtemos:

$$\begin{aligned} p(x) &= C' \exp \int -\frac{P(X)}{Q(X)} dx \\ &= C' \exp \int -\frac{a_0 + a_1 x}{b_0 + b_1 x + b_2 x^2} dx \\ &= \frac{C'}{-b_2} \exp \int \frac{a_0 + a_1 x}{(x + \alpha)(x + \beta)} dx \\ &= C \exp \int \left(\frac{m}{x + \alpha} + \frac{n}{x + \beta} \right) dx \\ &= C \exp \ln(x + \alpha)^m + \ln(x + \beta)^n \\ &= C(x + \alpha)^m (x + \beta)^n \end{aligned} \tag{2}$$

onde $m = \frac{a_0 - a_1 \alpha}{\alpha - \beta}$ e $n = \frac{a_0 - a_1 \beta}{\alpha - \beta}$ Além disso, o critério de Pearson

que dirá o tipo da distribuição é baseado no sinal de $k = \frac{b_1^2}{4b_0 b_2}$

Solução

Logo,

$$p(x) = C(e + x)^f (g + x)^h \quad (3)$$

e também,

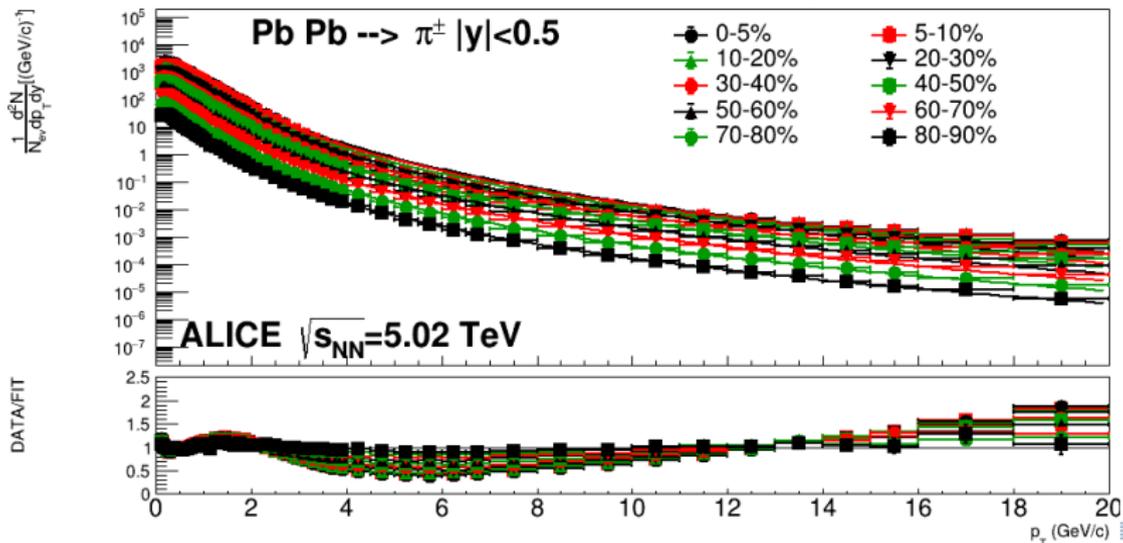
$$p(x) = B\left(1 + \frac{x}{e}\right)^f \left(1 + \frac{x}{g}\right)^h \quad (4)$$

onde $B = Ce^f g^h$

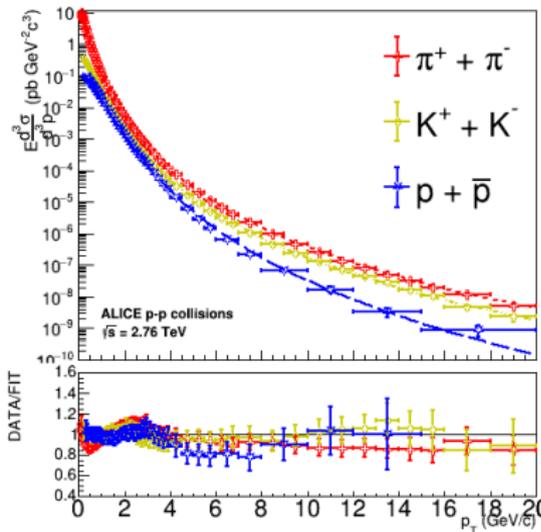
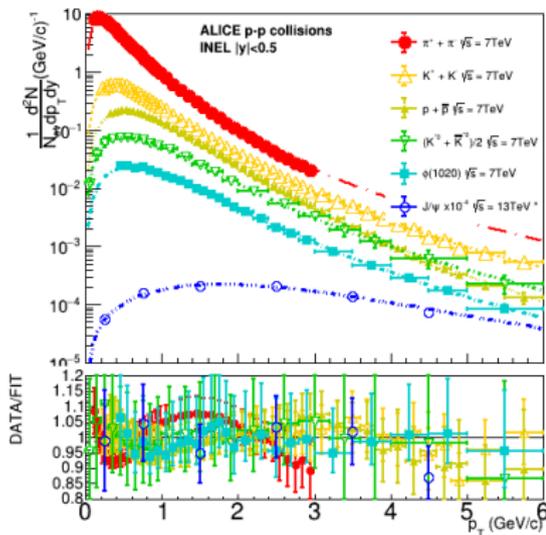
- 1 Introdução
- 2 Aplicação à Física de Altas Energias**
- 3 Utilização do modelo

Processos de espalhamento pesado

Processos de espalhamentos pesado (*hard process*) em altos valores de momento transversal para o espectro de partículas produzidas em colisões de íons pesados, que normalmente são descritos pela pQCD, trazem algumas dificuldades na modelagem por modelos termodinâmicos ou hidrodinâmicos;



Processos de espalhamento pesado



Processos de espalhamento pesado

Os cálculos realizados pela pQCD sugerem que o espectro do momento transversal de partículas produzidas em processos de espalhamento pesado são da forma de uma lei de potência inversa, proposta por Hagedorn:

$$f(p_T) = \frac{1}{N} \frac{dN}{p_T dp_T} = A \left(1 + \frac{p_T}{p_0} \right)^{-n} \quad (5)$$

onde A é uma constante de normalização, p_0 e n são parâmetros livres;

Processos de espalhamento leve

Também chamados de *soft process*, são muito bem descritos pela abordagem de Tsallis:

$$\frac{1}{N} \frac{d^2 N}{2\pi p_T dp_T dy} \propto m_T \left[1 + (q - 1) \frac{m_T}{T} \right]^{\frac{-q}{q-1}} \quad (6)$$

Aplicação à Física de Altas Energias

Substituindo $g = \frac{T}{q-1}$, $h = \frac{-q}{q-1}$, $f = -n$ e $e = p_0$ (veja [JG20, GJ22]), obteremos:

$$\frac{1}{2\pi p_T} \frac{d^2 N}{dp_T dy} = B \underbrace{\left(1 + \frac{p_T}{p_0}\right)^{-n}}_{\text{hard process}} \underbrace{\left(1 + (q-1) \frac{p_T}{T}\right)^{\frac{-q}{q-1}}}_{\text{soft process}} \quad (7)$$

onde $B = C p_0^{-n} \left(\frac{T}{q-1}\right)^{\frac{-q}{q-1}}$;

e, no limite, $n \rightarrow -1$ e $p_0 \rightarrow 0$ obtemos a distribuição de Tsallis.

De modo que essa abordagem é uma generalização da abordagem de Tsallis.

Consistência termodinâmica ainda não provada.

- 1 Introdução
- 2 Aplicação à Física de Altas Energias
- 3 Utilização do modelo**

Utilização do modelo

Esse é um recorte retirado do artigo [JG20];

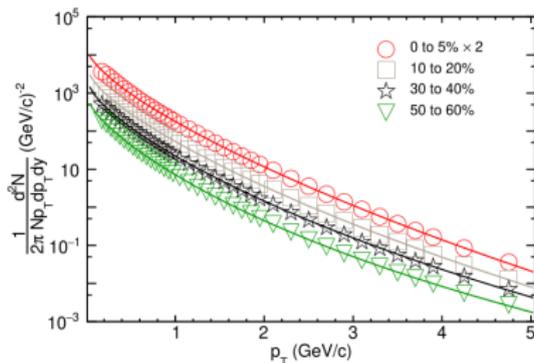


Fig. 3. Pearson fit of charged particle p_T -spectra produced in $PbPb$ collision for four different centrality bins at 2.76 TeV measured in ALICE at LHC.

Table 1

Best fit value of χ^2/NDF for different centrality bins.

Centrality	Boltzmann	Tsallis	Pearson
0 to 5%	25.3451	1.99445	0.10100
5 to 10%	25.5971	1.86747	0.08545
10 to 20%	26.5224	1.75271	0.08609
20 to 30%	27.6911	1.57784	0.08423
30 to 40%	28.3606	1.34457	0.06994
40 to 50%	29.8191	1.1226	0.05170
50 to 60%	29.4844	0.88907	0.03901
60 to 70%	27.9139	0.65552	0.02568

Two-Component models (TCM)

- A ideia de modelar o espectro de hadrons por duas componentes separadas para *hard process* e *soft process* é bem anterior à isso
- Esses modelos são dados por
$$\rho_0 \approx \frac{d^2 N_{ch}}{y_t dy_t d\eta} = S(y_t, \eta_s) + H(y_t, \eta_s)$$
- Utilizados para fazer comparações com outros modelos.

Referências I

[GJ22] Rohit Gupta and Satyajit Jena.

Model comparison of the transverse momentum spectra of charged hadrons produced in pppb collision at $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ tev.

Advances in High Energy Physics, 2022:1–11, jun 2022.

[JG20] S. Jena and R. Gupta.

A unified formalism to study transverse momentum spectra in heavy-ion collision.

Physics Letters B, 807:135551, 2020.