



Teste do CRISP com a Fórmula de Kikuchi-Kawai





ORIGENS

No final da década de 1980, durante os estudos sistemáticos da fotofissão de preactinídeos surgiu a ideia de estender para fotoreações nucleares a aplicação de uma fórmula devido a Kikuchi&Kawai em que a energia média de excitação relaciona-se com a seção de choque do núcleo composto e a seção de choque de absorção em função da energia da partícula de prova utilizada.

O objetivo primordial foi evitar laboriosos cálculos numéricos com potencial ótico que em geral contem muitos parâmetros livres.

A justificativa inicial para tal procedimento calcava-se no fato que numa reação nuclear uma partícula de prova (próton ou neutron) logo após ao incidir no núcleo atômico inicia uma cascata de duas partículas tal como numa fotoreação nuclear em energias intermediárias que inicia uma cascata intranuclear com estado “door-way” de um próton - neutron (quase-deuteron) e após o limiar de píons também as combinações possíveis destes nucleons.



A formula de Kikuchi & Kawai

O ponto de partida foi o livro “Nuclear Matter and Nuclear Reactions - 1968”.

No capítulo 5 - Nuclear Reactions at High Energy onde se trata da “Intranuclear Cascade” discute-se este processo considerando de modo unidimensional (mean free path) de uma partícula no meio nuclear e independente da energia.

Vamos chamar $q_n(s)$ a probabilidade de um nucleon realizar n colisões atravessando a distância s no meio nuclear.



Para $n = 0$ a probabilidade de penetração é dada por: $\exp\left(-\frac{s}{\lambda}\right)$ e assim sendo a probabilidade de absorção $q_n(s) = 1 - q_0(s) = 1 - e^{-s/\lambda}$

sendo $\lambda \equiv K^{-1}$ e $K = \frac{4\pi R^3}{3A\bar{\sigma}_0}$ (coeficiente de absorção).



$$\bar{\sigma}_0 = 1/2(\sigma_{nn} + \sigma_{np})P(\zeta) \text{ onde } \zeta = E_F/E$$

em altas energias que é nosso caso; $P(\zeta) = 1 - 7/5 \zeta$

Sendo s_i o ponto onde a i -th colisão ocorre então a probabilidade para n colisões é dada pela integral:

$$q_n(s) = \int \dots \int \frac{ds_1}{\lambda} \cdot \frac{ds_2}{\lambda} \dots \frac{ds_n}{\lambda} \cdot \exp \left[- \sum_{i=0}^n \left(\frac{s_{i+1} - s_i}{\lambda} \right) \right] = \frac{1}{n!} \left(\frac{s}{\lambda} \right)^n e^{-\frac{s}{\lambda}}$$



Sob as condições que:

$$\sum_{n=1}^{\infty} q_n(s) = q_a(s) \text{ absorvido após atravessar } s \text{ e } \sum_{n=0}^{\infty} q_n(s) = 1$$

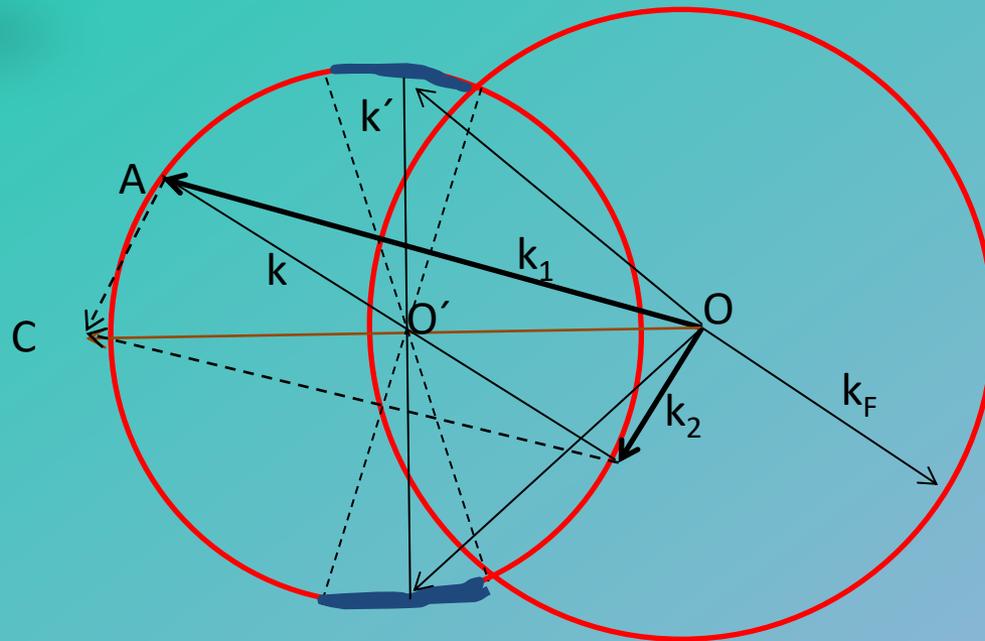
Considerando a incidência de uma partícula num núcleo e desprezando difração e reflexão a seção de choque total de absorção em termos de $q_a(s)$:

$$\sigma_a = 2\pi \int_0^R b q_a(2\sqrt{R^2 - b^2}) db$$



$$f\left(\frac{E_F}{E_0}\right)$$

E_F Energia de Fermi

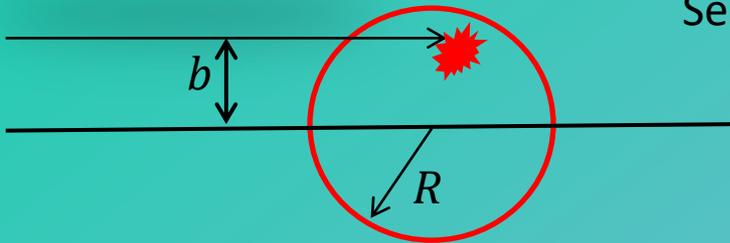


Definimos a seção de choque parcial onde n colisões ocorrem por:



$$\sigma_a \equiv \sigma_r = \sum_{n=1}^{\infty} \sigma_a^{(n)}$$

Sendo $\sigma_a^{(n)} = 2\pi \int_0^R b q_n(2\sqrt{R^2 - b^2}) db$



$$\sigma_a^{(n)} = \frac{1}{2} (n + 1) \pi \lambda^2 \left[1 - \sum_{i=1}^{n+1} q_i(2KR) \right]$$

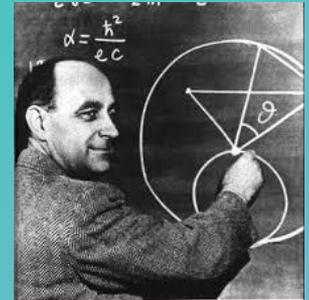
$\sigma^{(0)} \equiv \sigma_a^{(0)}$ seção de choque parcial onde não há colisões $\sigma^{(0)} \equiv \pi R^2 - \sigma_a$

$\sigma^{(0)} / \pi R^2$ será a transparência nuclear.

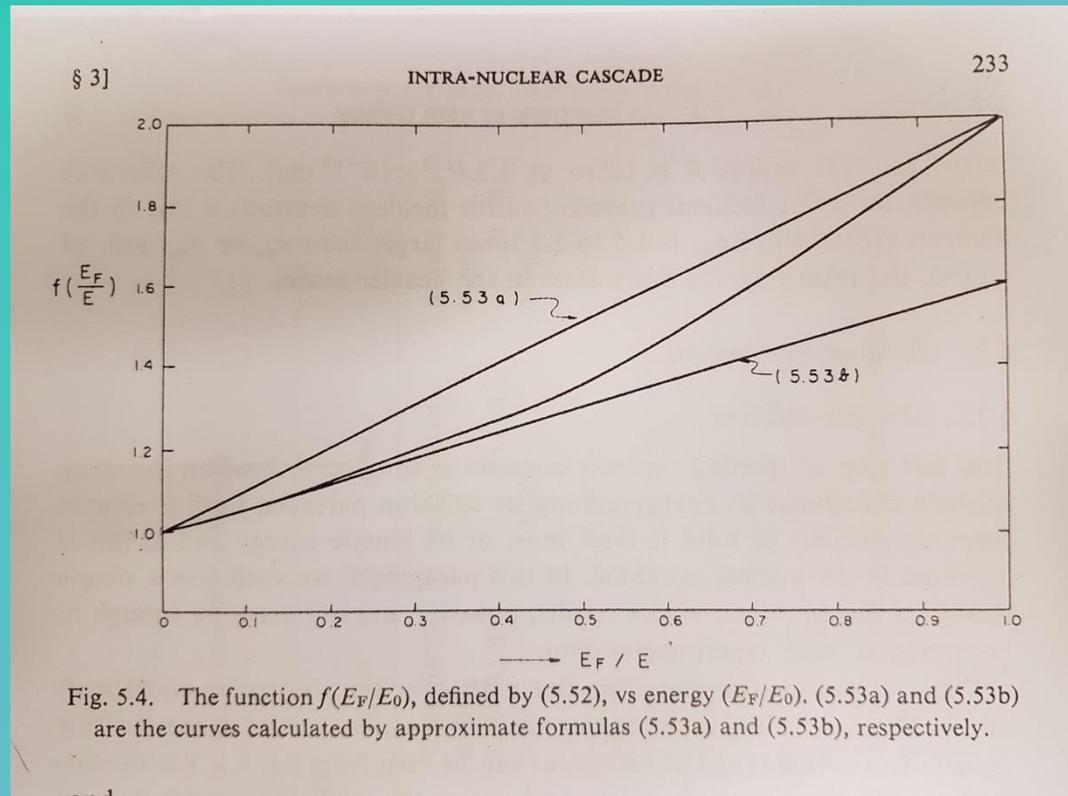


Energética de Múltiplas Colisões

Depois da primeira colisão $\langle E_1 \rangle = \frac{1}{2} E_0 f(E_F/E_0)$
 onde $E_0 = \varepsilon_0 + V$



$$f\left(\frac{E_F}{E_0}\right) \cong 1 + \frac{E_F}{E_0} \rightarrow 2 \text{ para } \frac{E_F}{E_0} \rightarrow 1 \quad f\left(\frac{E_F}{E_0}\right) \cong 1 + \frac{3}{5} \frac{E_F}{E_0} \rightarrow 1 \text{ para } \frac{E_F}{E_0} \rightarrow 0$$





Recursivamente, para n colisões:

$$\langle E_{n+1} \rangle = \frac{1}{2} E_n f(E_F/E_n) \rightarrow \langle E_n \rangle = \frac{E_0}{2^n} \prod_{i=0}^{n-1} f(E_F/\langle E_i \rangle)$$

Podemos re-escrever $\langle E_n \rangle$

$$\langle E_n \rangle = \frac{1}{2^n} (E_0 - \bar{E}_F) + \bar{E}_F \rightarrow \frac{3}{5} E_F \leq \bar{E}_F \leq E_F$$

$\bar{E}_F = \frac{3}{5} E_F$, energia cinética média de nucleons no mar de Fermi antes de uma colisão.

De $\langle E_n \rangle = \frac{1}{2^n} (E_0 - \bar{E}_F) + \bar{E}_F$ podemos obter o número crítico de colisões $n_C \rightarrow E_C = V + B$

$$n_C \cong 1.41 \log \frac{E_0 - \bar{E}_F}{E_C - \bar{E}_F}$$

Considerando que $\langle E_{neutron,C} \rangle = V$ e $\langle E_{próton,C} \rangle = V + B$

$$n_{Neutron,C} - n_{Próton,C} \cong 1.41 \log \left(1 + \frac{B}{V - \bar{E}_F} \right) \rightarrow$$



2^n nucleons com energia média $\langle E_n \rangle$, $\sigma_a^{(n)}$ resulta no número de nucleons excitados $N^{(n)} \equiv 2^n \frac{\sigma_a^{(n)}}{\sigma_a}$

Por conservação de energia

$$E_0 + \bar{E}_F \left[\sum_{n=1}^{\infty} N^{(n)} - 1 \right] = \sum_{n=1}^{\infty} \langle E_n \rangle N^{(n)}$$

Definimos a Seção de Choque de Formação do Núcleo Composto:

$$\sigma_C = \sigma_a - \sum_{n=1}^{n_C} \sigma_a^{(n)} = \sum_{n_C < n}^{\infty} \sigma_a^{(n)}$$

Energia Média de Excitação é definida segundo:

$$\bar{E}^* = [E_0 - \bar{E}_F(N_C - 1)] - \sum_{n=1}^{n_C} \langle E_n \rangle N^{(n)}$$

Na condição que $N_C = \sum_{n=1}^{n_C} N^{(n)}$



Considerando que

$$\langle E_n \rangle = \varepsilon_n + S + \bar{E}_F \quad \text{e} \quad \varepsilon_0 = E_0 - (S + \bar{E}_F)$$

Podemos re-escrever \bar{E}^* ;

$$\bar{E}^* = (\varepsilon_0 + S) - SN_C - \sum_{n=1}^{n_C} \varepsilon_n N^{(n)}$$

$$N_c = \sum_{n=1}^{n_c} N^{(n)}, \quad \langle E_n \rangle = 1/2^n (E_0 - \bar{E}_F) + \bar{E}_F, \quad \sigma_c = \sigma_a - \sum_{n=1}^{n_c} \sigma^{(n)}, \quad E_0 = (E_0 - \bar{E}_F - S)$$

$$N^{(n)} = 2^n \frac{\sigma^{(n)}}{\sigma_a}$$

$$\bar{E}^* = [E_0 + \bar{E}_F (N_c - 1)] - \sum_{n=1}^{n_c} \langle E_n \rangle N^{(n)} \quad \bar{E}_F = \frac{3}{5} E_f$$

$$\bar{E}^* = [E_0 + \bar{E}_F N_c - \bar{E}_F] - \sum_{n=1}^{n_c} [1/2^n (E_0 - \bar{E}_F) + \bar{E}_F] N^{(n)}$$

$$\bar{E}^* = E_0 - \bar{E}_F + \sum_{n=1}^{n_c} \bar{E}_F N^{(n)} - \sum_{n=1}^{n_c} [1/2^n (E_0 - \bar{E}_F)] N^{(n)} - \sum_{n=1}^{n_c} \bar{E}_F N^{(n)}$$

$$\bar{E}^* = (E_0 - \bar{E}_F) \left[1 - \sum_{n=1}^{n_c} 1/2^n N^{(n)} \right] = (\varepsilon_0 + S) \left[1 - \sum_{n=1}^{n_c} \frac{\sigma^{(n)}}{\sigma_a} \right]$$

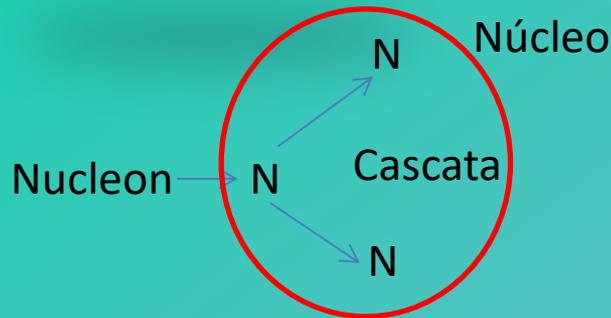
$$\bar{E}^* = \left(\frac{\sigma_a - \sum_{n=1}^{n_c} \sigma^{(n)}}{\sigma_a} \right) (\varepsilon_0 + S) \Rightarrow \bar{E}^* = \frac{\omega}{\sigma_a} (\varepsilon_0 + S)$$

$\omega \rightarrow$ Energia do fóton

A Fórmula de Kikuchi & Kawai

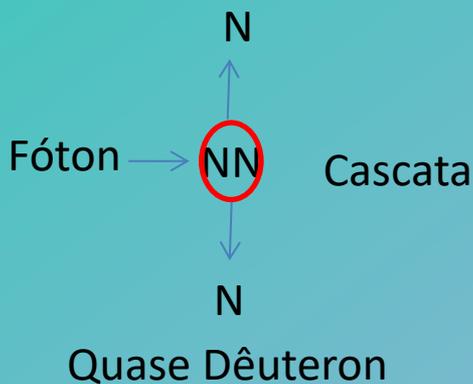


A relação entre energia média de excitação e a seção de choque do núcleo composto escrita para nêutrons ou prótons incidentes com energia $(\epsilon_0 + S)$ foi reinterpretada como sendo em função da energia de um fóton incidente ω .

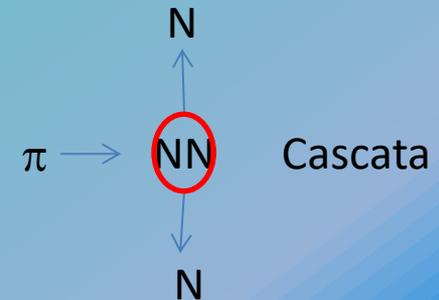


$$\bar{E}^* \cong \frac{\sigma_C}{\sigma_a} (\epsilon_0 + S) \text{ (para reações com P ou N)}$$

$$\bar{E}^* \cong \frac{\sigma_C}{\sigma_a} \omega \text{ (para fotoreações)}$$



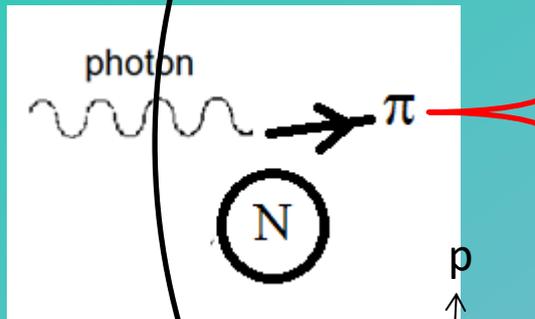
Estado “door-way”



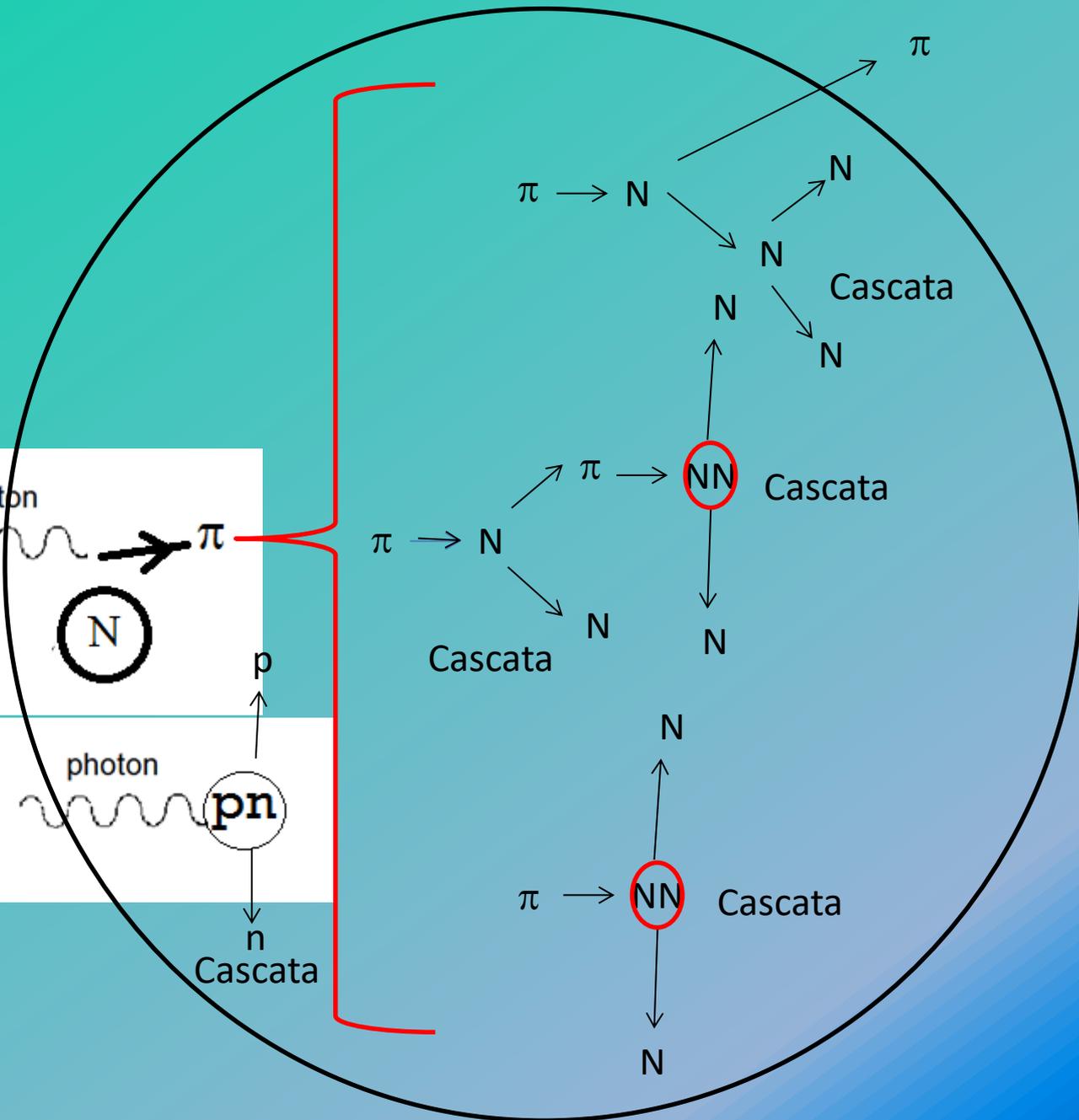
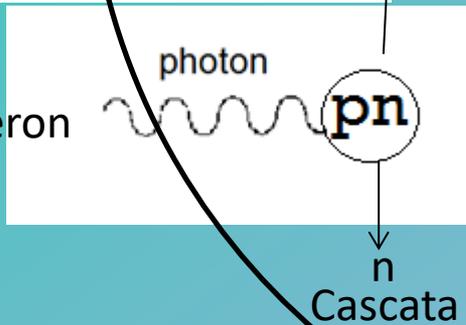
Píon fotoprodução - reabsorção



Píon fotoprodução

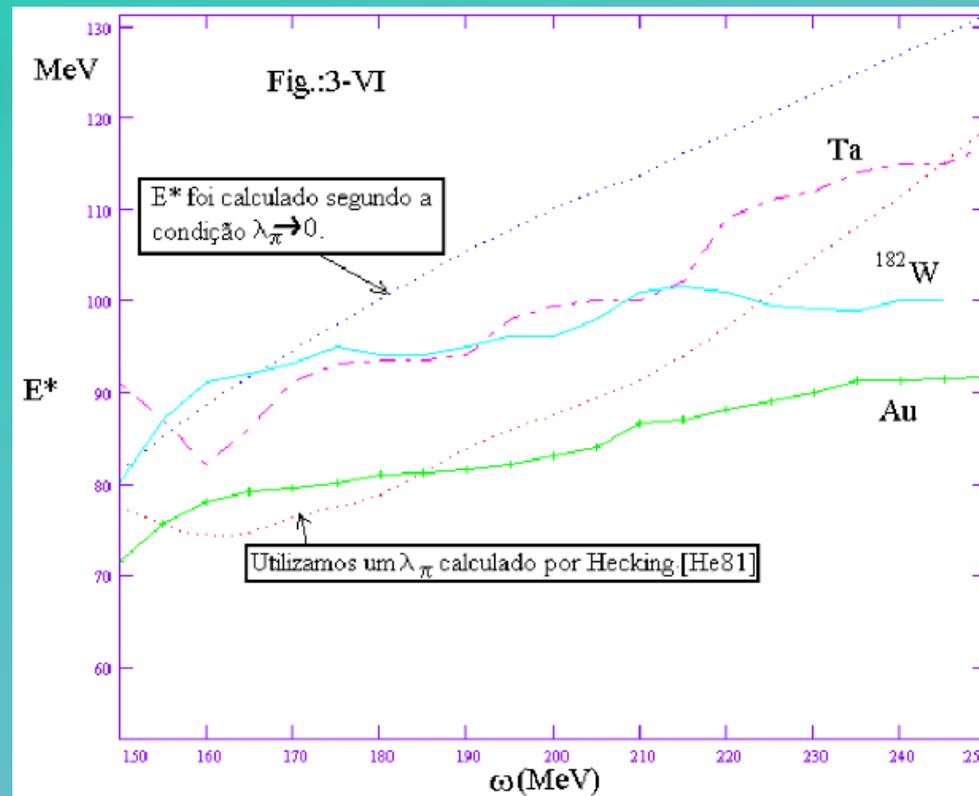


Quase Dêuteron





$$\bar{E}^* \cong \frac{\sigma_c}{\sigma_a} \omega (\text{para fotoreações})$$





Probabilidade de Fissão experimental e/ou calculada para Pb.

$$\sigma_{\gamma, f-by CRISP} = \sigma_C P_f$$

$$P_f(250MeV) \cong 0.04$$

MeV	$P_{f-by CRISP}$
60	0.000313136
80	0.00313185
100	0.0101578
120	0.0296875
140	0.064375
160	0.107517
180	0.0730519
200	0.0280908
220	0.0262391
240	0.0297552
260	0.0403523

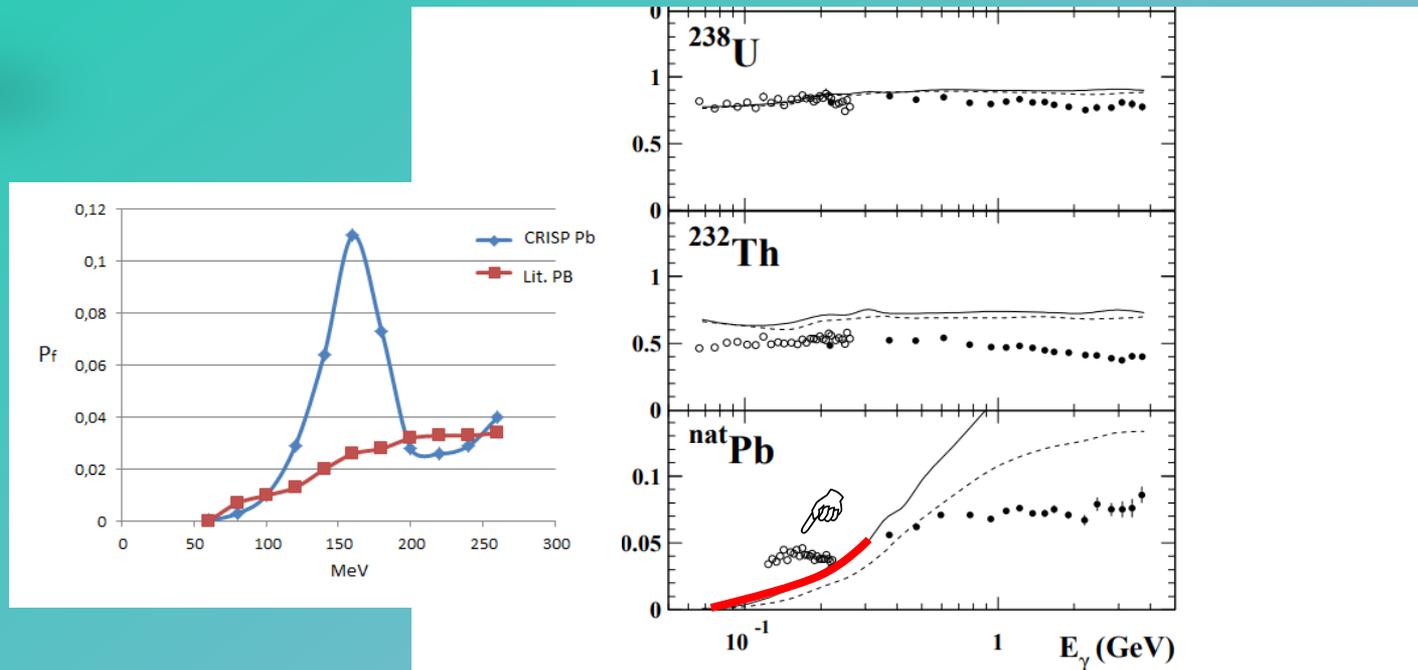
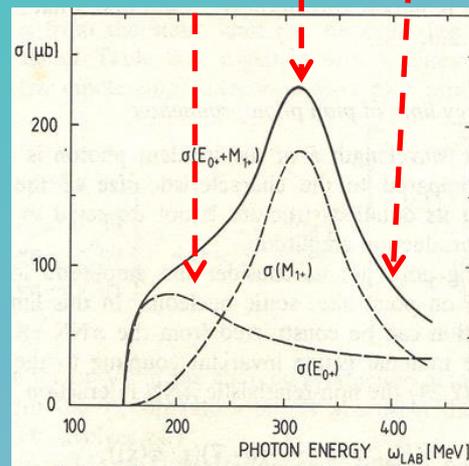
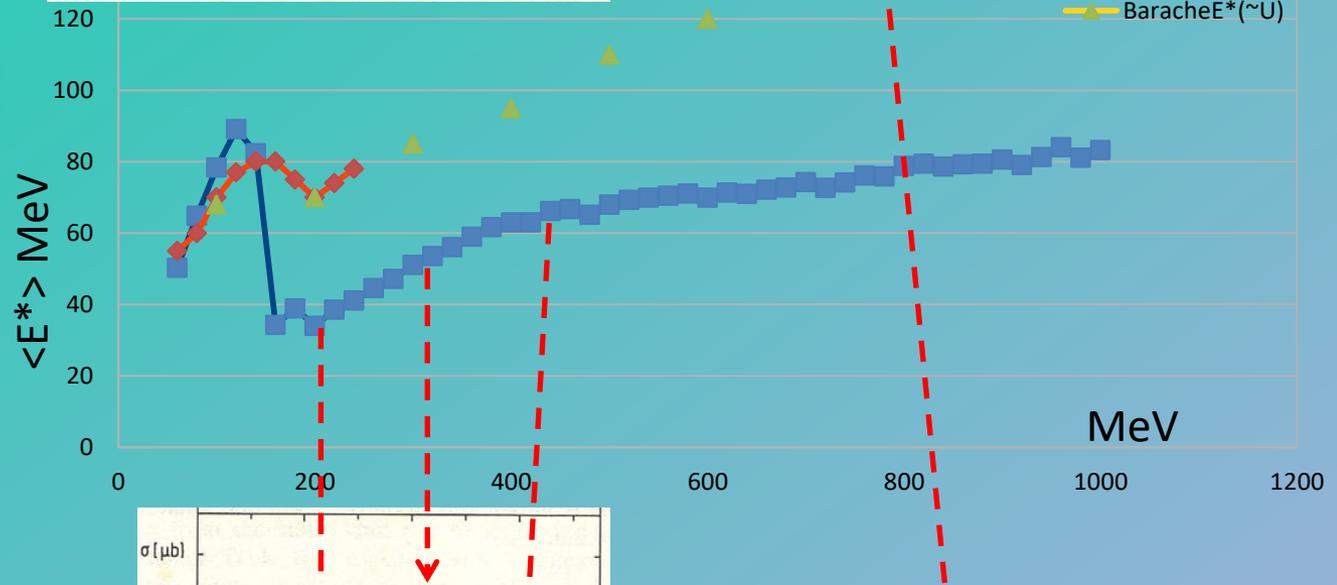
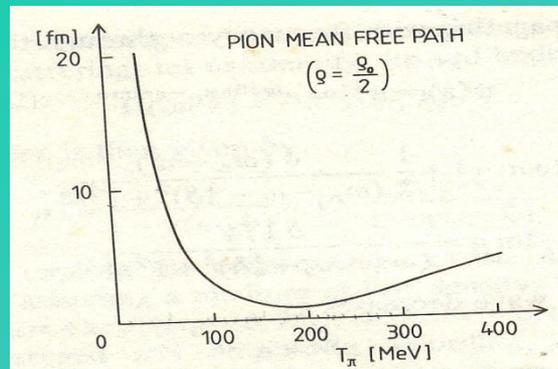
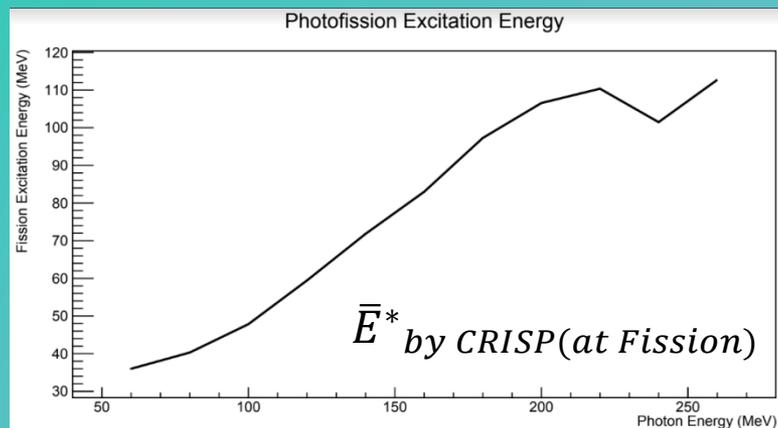
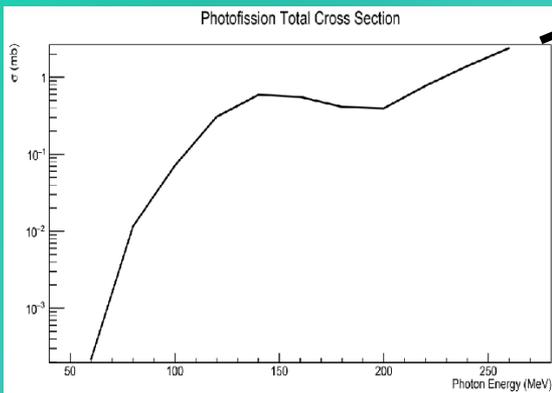
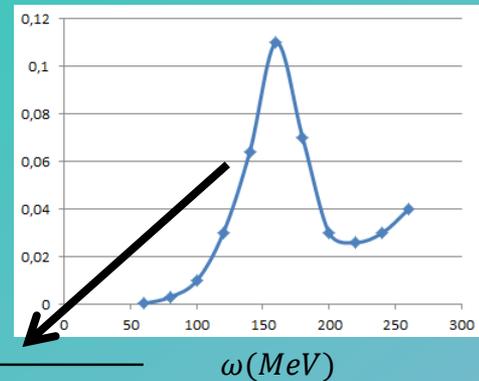
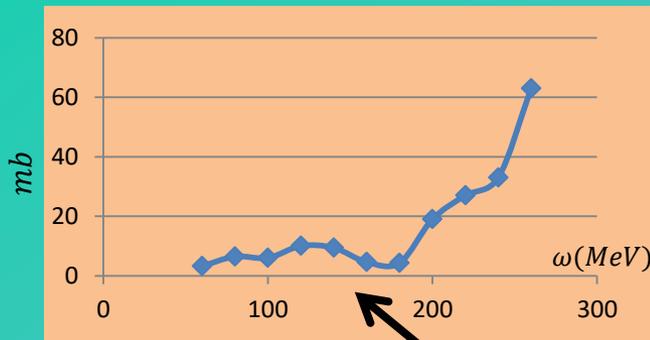


FIG. 10: Fission probabilities relative to ^{237}Np for photoabsorption in ^{233}U , ^{235}U , ^{238}U , ^{232}Th , and $^{\text{nat}}\text{Pb}$. Our calculated results for variants \mathcal{A} and \mathcal{B} are given by the solid and dashed lines, respectively. The open and closed circles represent the data from SAL [1, 2] and JLab [3, 4], respectively.



Experimentalmente
o cálculo de Barachenkov.

CRISP não reproduz
corretamente a energia
de excitação média no
fim da cascata.



$$\sigma_{\gamma,f\text{-by CRISP}} = \overline{\sigma_{C\text{-from CRISP}}} P_{f\text{-by CRISP}}$$

$$\bar{E}^*_{\text{by CRISP}}(\omega) \cong \frac{\overline{\sigma_{C\text{-from CRISP}}(\omega)}}{\sigma_{a\text{-exp.}}(\omega)} \omega$$

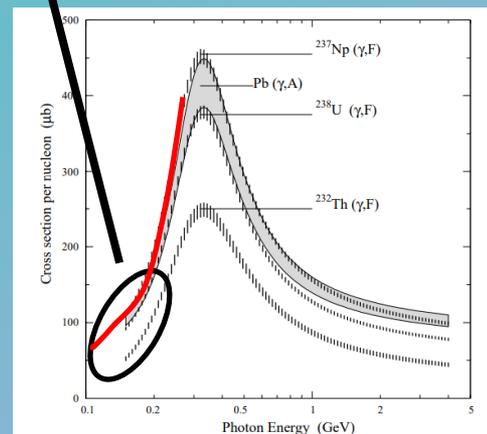
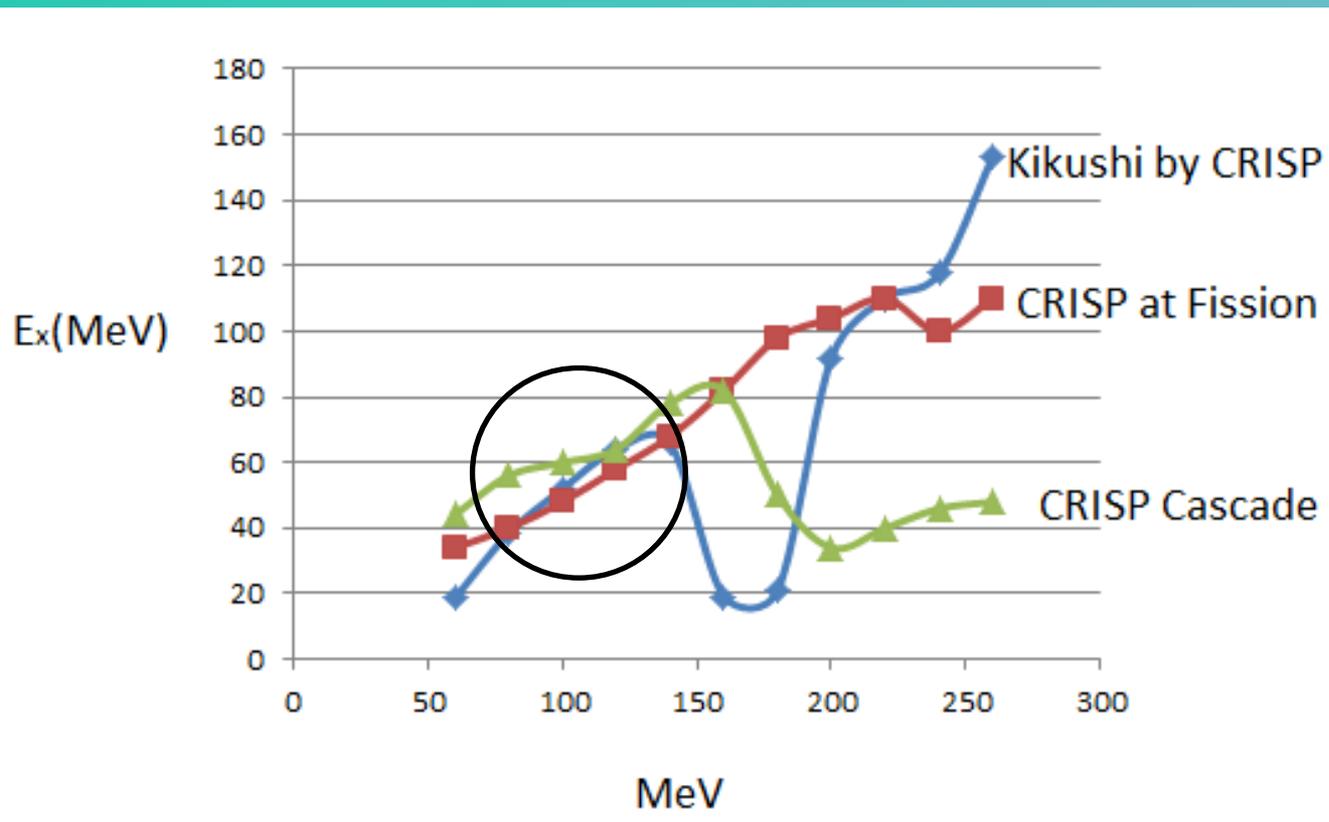


FIG. 2. Photofission cross sections per nucleon for ^{237}Np , ^{238}U , and ^{232}Th (bar bands) and photoabsorption cross section per nucleon for Pb (gray band). The bands represent fits to the existing data, present and previous, for Np [6,7], U [6,7,11,12], Th [7,13], and Pb [5,14–16] (see text). The band widths represent the uncertainties in the fits. The energy scale is logarithmic, for clarity at the lower energies.

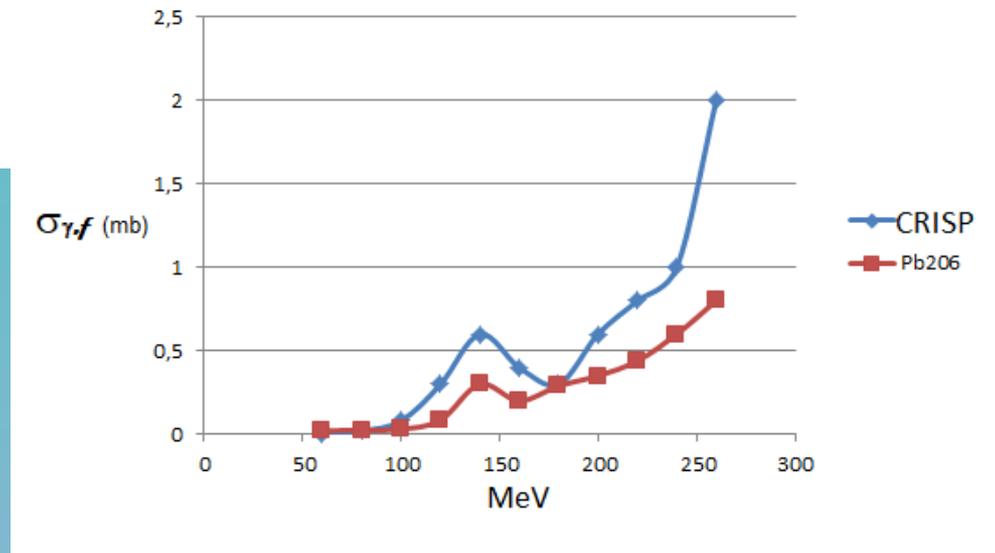
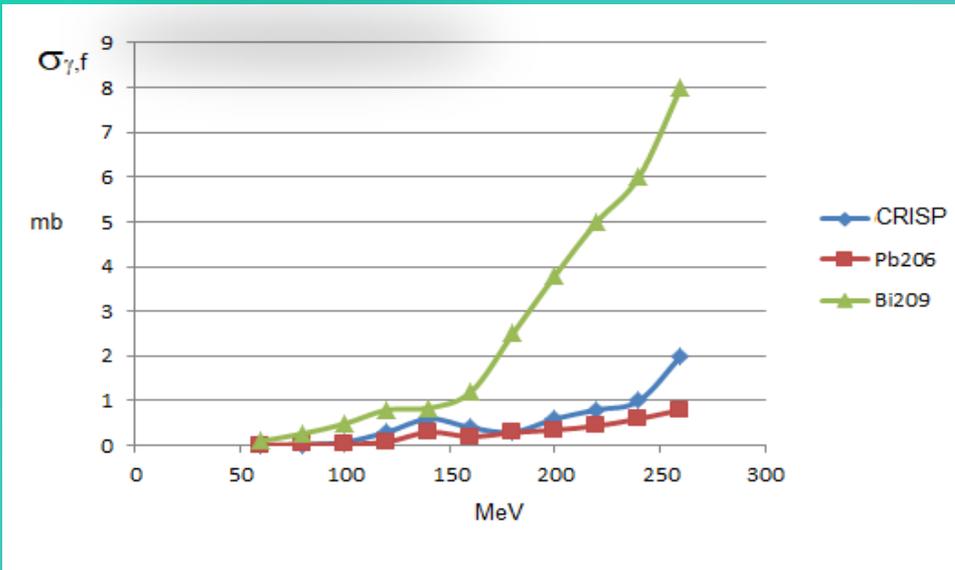


Resultados e Comparações





Seções de choque disponíveis $\sigma_{\gamma,f-by}$ CRISP , $\sigma_{\gamma,f-LAL}$ e etc.





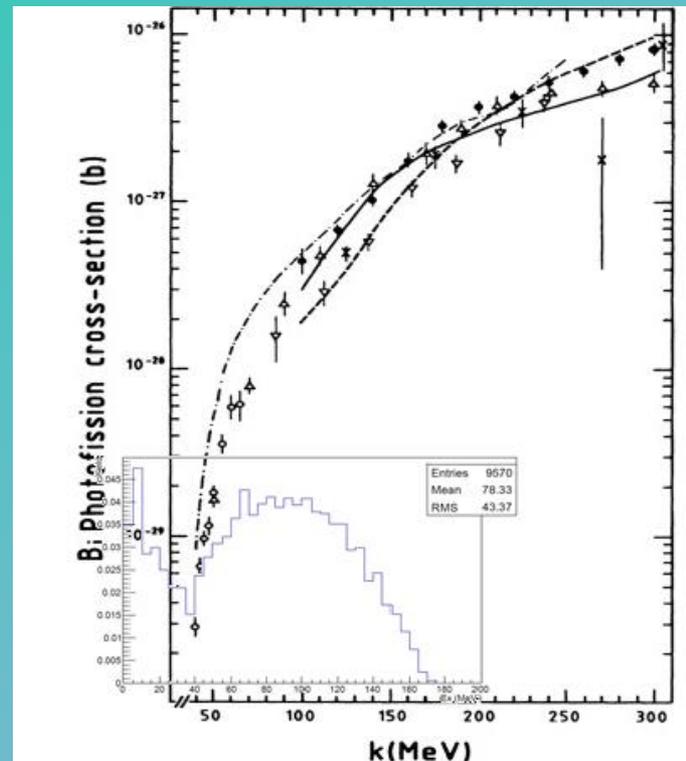
A Seção de Choque de Fissão do núcleo composto:

$$\sigma_f = \sum_{A_{NC} Z_{NC}, l} \int dE^* \sigma_{NC}(A_{NC}, Z_{NC}, E^*, l) \omega_f(A_{NC}, Z_{NC}, E^*, l)$$

A probabilidade de fissão do NC é:

$$\omega_f(A_{NC}, Z_{NC}, E^*, l) = \sum_x P_x(E^*, l) \omega_x^f(A_{NC}, Z_{NC}, E^*, l)$$

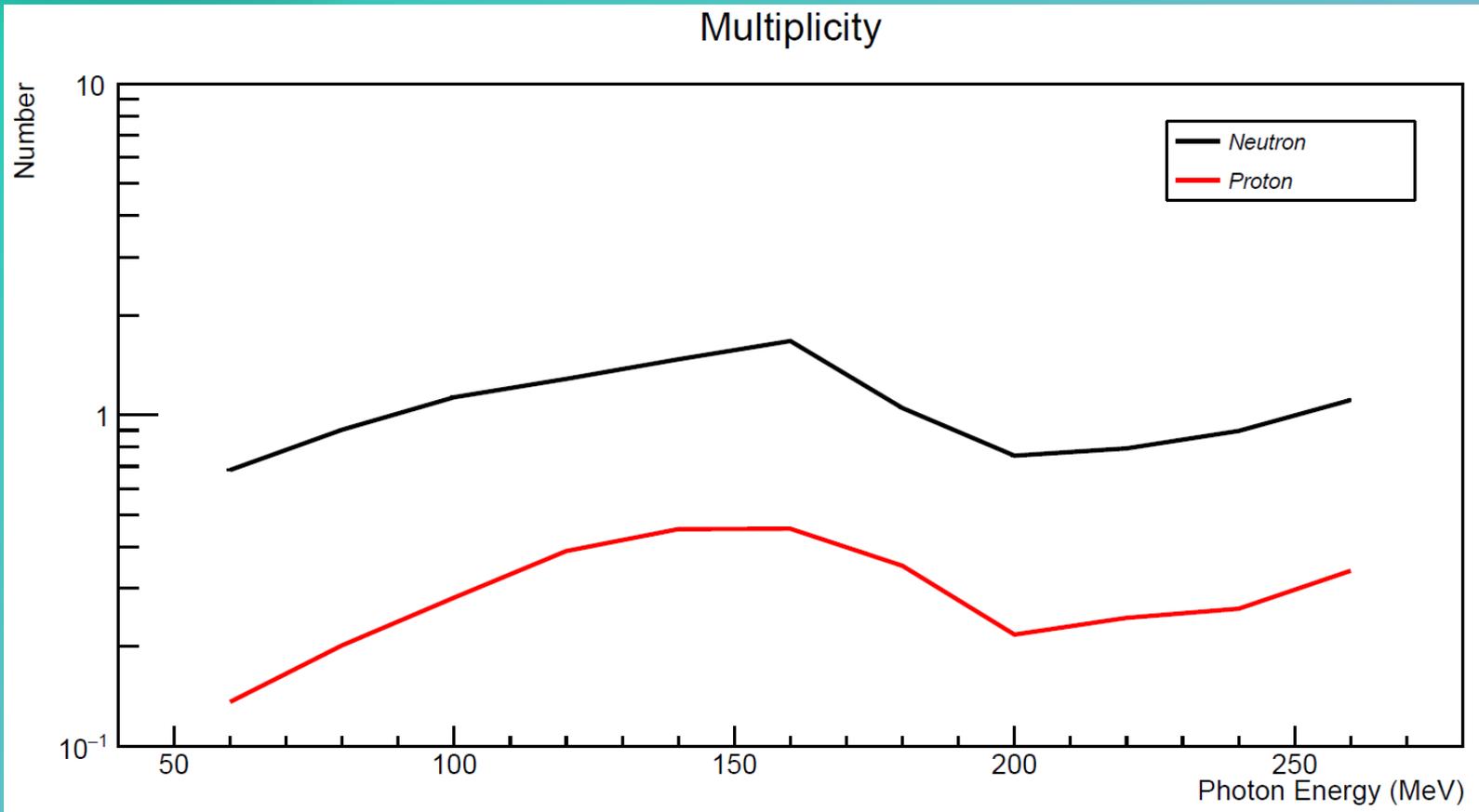
$P_x(E^*, l)$ é a probabilidade do núcleo emitir x partículas antes do estado fundamental





$$\langle E_{neutron,C} \rangle = V \text{ e } \langle E_{próton,C} \rangle = V+B$$

$$n_{Neutron,C} - n_{Próton,C} \cong 1.41 \log \left(1 + \frac{B}{V - \bar{E}_F} \right)$$





RESUMO

O cálculo da Energia Média de Excitação, calculado com a fórmula de Kikuchi & Kawai concorda bem para energias de fóton inferiores ao limiar de foto produção de mesons π mas numa faixa estreita de energias.

A probabilidade de fissão calculada pelo CRISP para o ^{208}Pb concorda bem para energias inferiores ao limiar de foto produção de mesons π com a literatura corrente. Existe um “bump” em 150MeV que não tem correspondência com o fenômeno físico esperado.

A seção de choque de fotofissão obtida pelo CRISP para o ^{208}Pb não concorda com o dados experimentais porem concorda melhor com dados experimentais do ^{206}Pb mas para energias acima do limiar de foto produção de píons as diferenças são maiores.

A diferença entre o número crítico de nêutrons e prótons e os emitidos mostra uma provável dependência com a energia média de Fermi e melhor concordância após o limiar de píons.



Fim



Dr. Sebastião Simionatto – 2018
simionatto@if.usp.br