Departamento de Física
Universidade Federal de Pernambuco
Recife, PE

Condensação de Bose-Einstein de magnons excitados por micro-ondas

Sergio M. Rezende

Colóquio do Instituto de Física da USP

17/09/2009

Tributo a Hercílio Rechenberg

Sumário

Classificação de partículas em mecânica estatística

Férmions

Cada estado quântico só pode ser ocupado por 0 ou 1 fermion

Ex: elétrons, prótons, pósitrons, buracos (em semicondutores)

Bosons

Um mesmo estado quântico pode ser ocupado por um número arbitrário de bosons

Ex: fótons, fonons, magnons, poláritons, etc

1- Condensação de Bose-Einstein

Probabilidade estatística de ocupação de estados quânticos com momentum *p* e energia ε_p em temperatura *T*

Fermions

$$n_{FD}(\varepsilon_p, T) = \frac{1}{e^{(\varepsilon_p - E_F)/k_B T} + 1}$$

Bosons

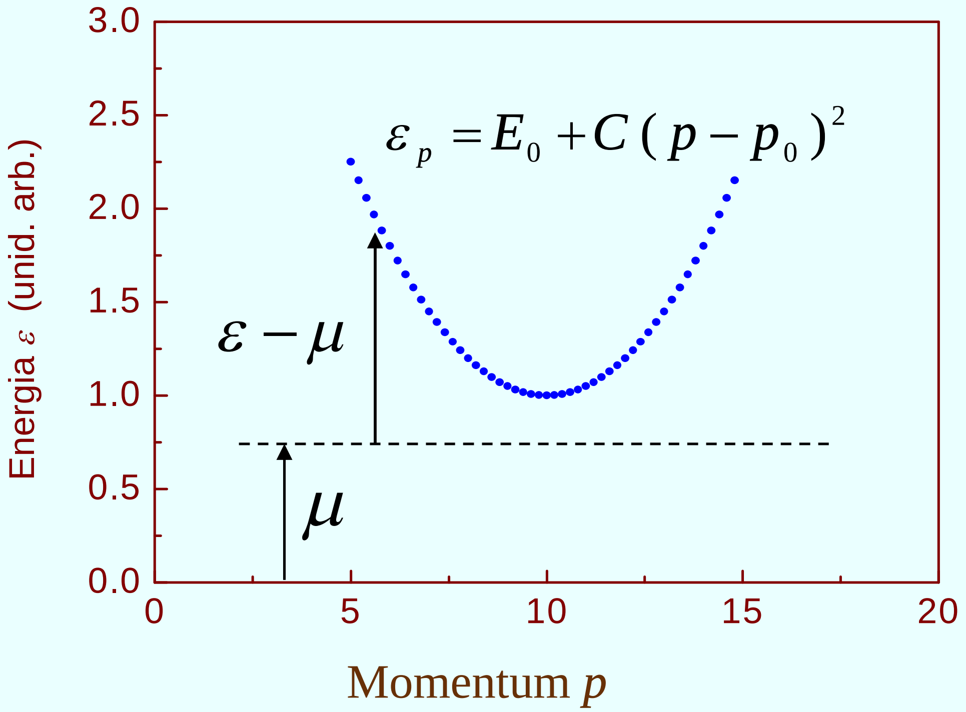
$$n_{BE}(\varepsilon_p, T) = \frac{1}{e^{\varepsilon_p / k_B T} - 1}$$

Sistema de bosons com número fixo de partículas *N*

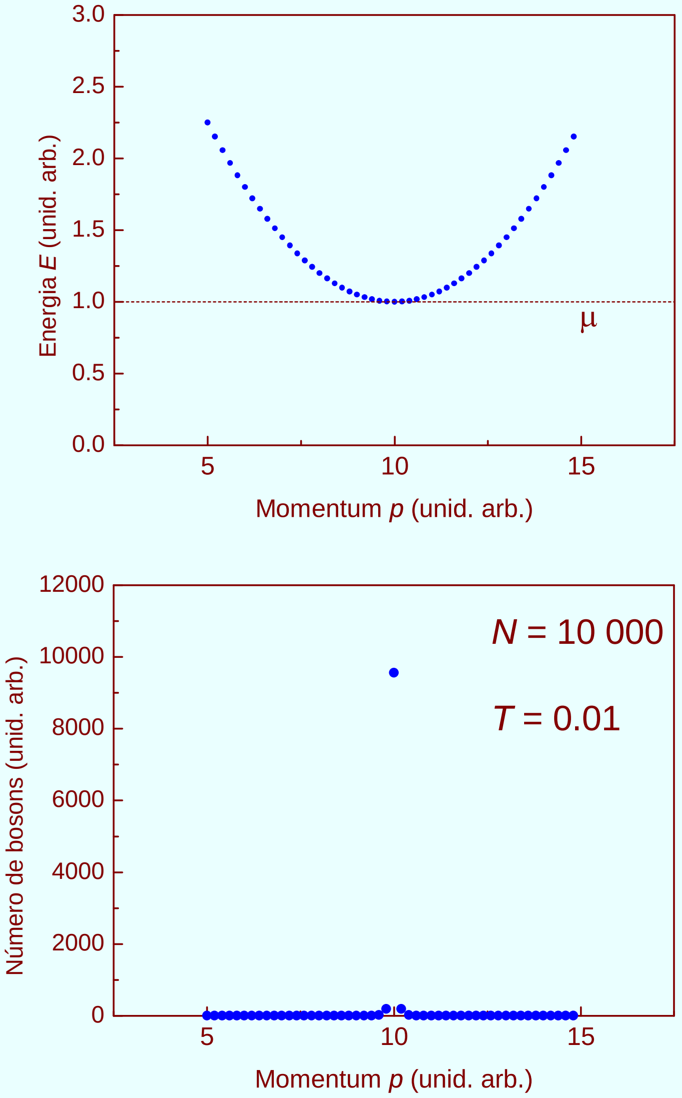
$$n_{BE}(\varepsilon_p, T) = \frac{1}{e^{(\varepsilon_p - \mu)/k_B T} - 1}$$

$$\sum_p n_{BE}(\varepsilon_p, T) = N$$

μ = potencial químico



1- Condensação de Bose-Einstein



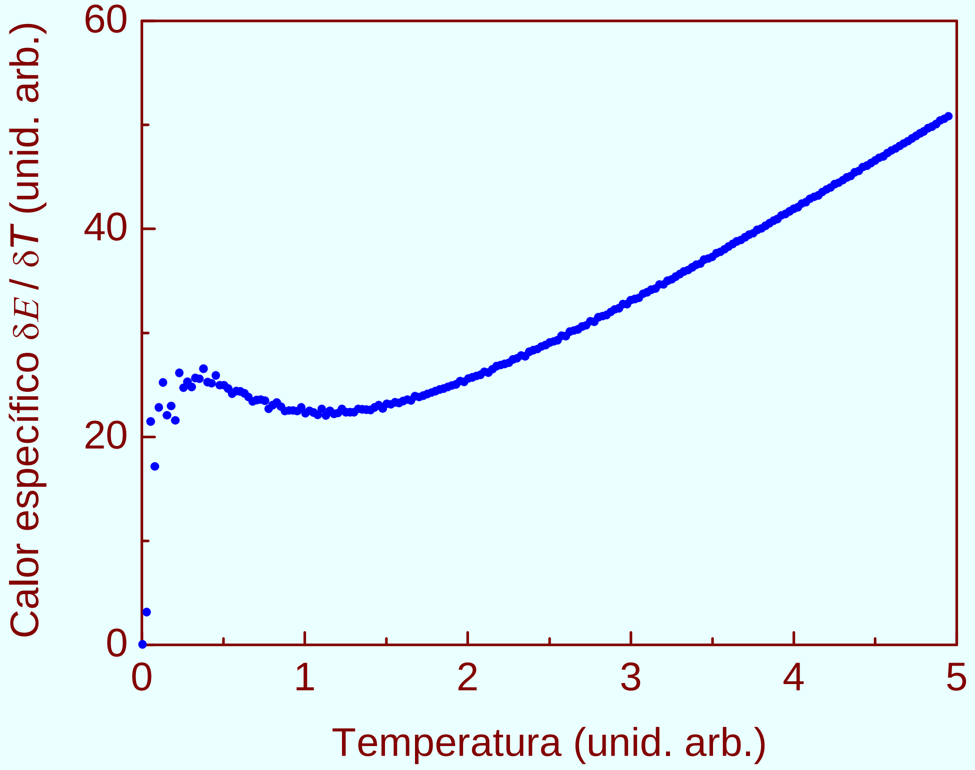
1- Condensação de Bose-Einstein

Energia total

$$E = \sum_p \varepsilon_p \, n_{BE}(\varepsilon_p, T)$$

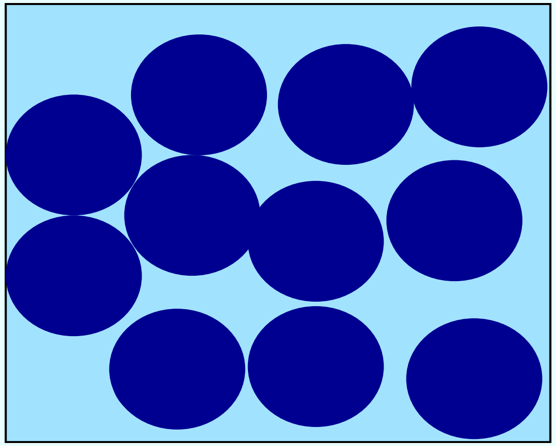
Calor específico

$$C = \frac{\partial E}{\partial T}$$

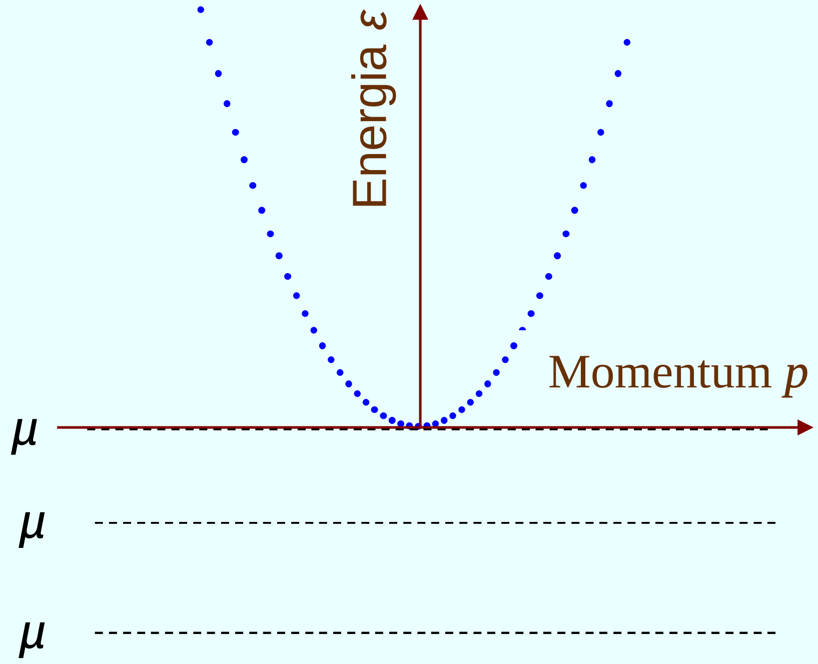


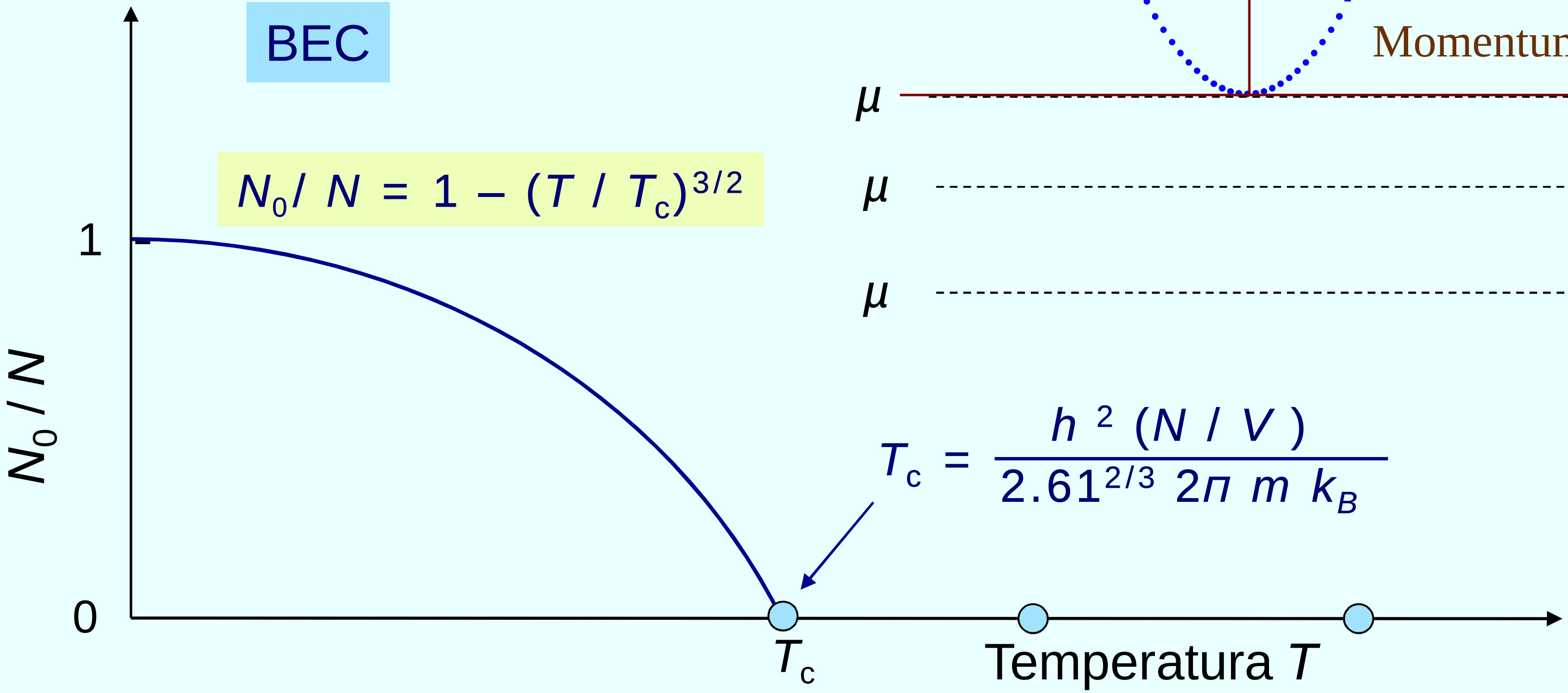
1- BEC em gas ideal 3-d gas de partículas

N partículas



$$\sum \frac{1}{e^{(\varepsilon-\mu)/k_B T}-1} = N \qquad T \downarrow \qquad \mu \uparrow$$





$$N_0 / N = 1 - (T / T_c)^{3/2}$$

$$T_c = \frac{h^2 (N / V)}{2.61^{2/3}\, 2\pi\, m\, k_B}$$

1- Condensação de Bose-Einstein

Um BEC é formado quando uma população macroscópica de bosons ocupa o mesmo estado quântico (ou um pequeno número)

- O BEC é caracterizado por uma transição de fase
- O BEC tem uma função de onda única- parâmetro de ordem
- O número de BEC N_0 é próximo do número de partículas

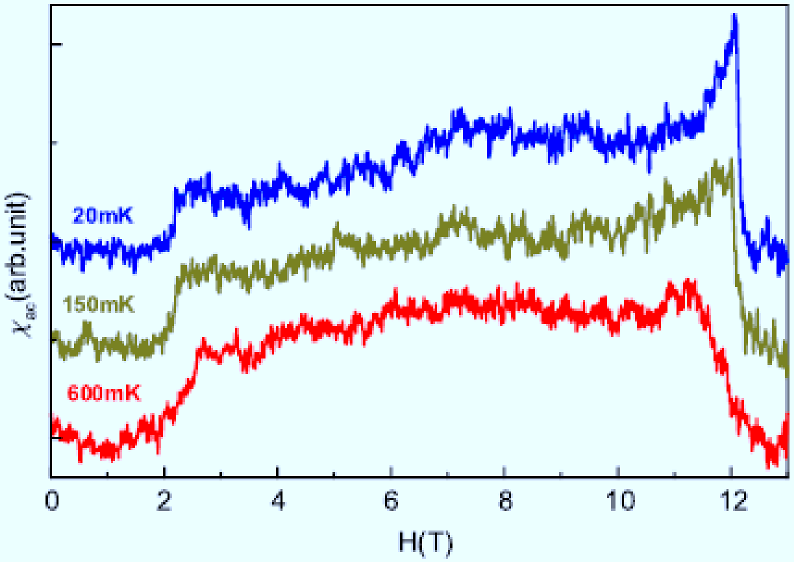
BEC previsto teoricamente por Einstein em 1924 para partículas obedecendo a estatística de Bose, fótons.

BEC explica a transição de ^{4}He para superfluído em T < 2,17 K

BEC observado em 1995 em gás de átomos de ^{87}Rb esfriados por laser (Anderson *et al*.)

1- Condensação de Bose-Einstein

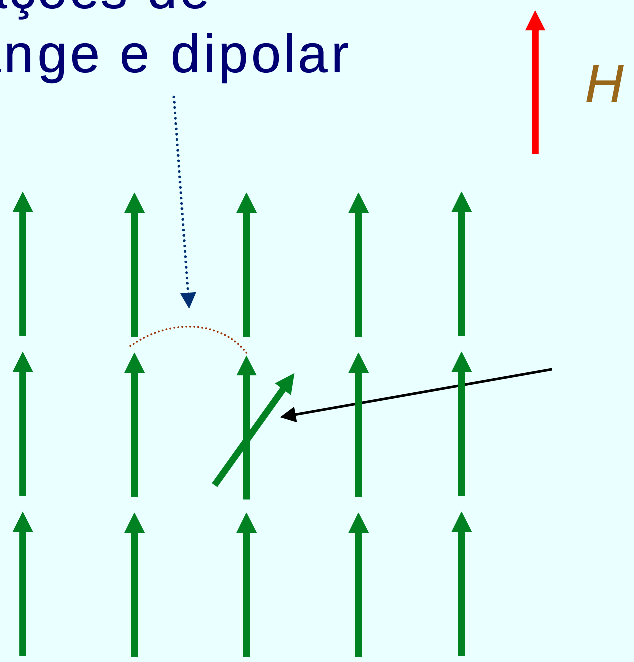
BEC de magnons observado em materiais com ordenamento 1d em campos magnéticos intensos e baixas *T*:
$TlCuCl_3$ – 1999 (Giamarchi *et al.*)
$BaCu2SiO_6$ – 2004 ; NiCl2-4SC(NH2)2 – 2005 (M. Jaime, A. Paduan-Filho, *et al.*)



BEC observado em filmes de YIG (Yttrium Iron Garnet-$Y_3Fe_5O_{12}$) excitados por micro-ondas em *T* ambiente em 2006

2- Ondas de spin ferromagnetos

Interações de exchange e dipolar



Desvio de spin localizado não é o auto-estado de menor energia

Os auto-estados do sistema de spins acoplados são desvios de spin coletivos: ondas de spin

2- Ondas de spin: tratamento semi-clássico

Equação de Landau-Lifshitz

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \gamma\, \vec{M} \times \vec{H}_{tot}$$

$$\vec{H}_{tot} = \vec{H} + \vec{H}_{dip} + \vec{H}_{exch}$$

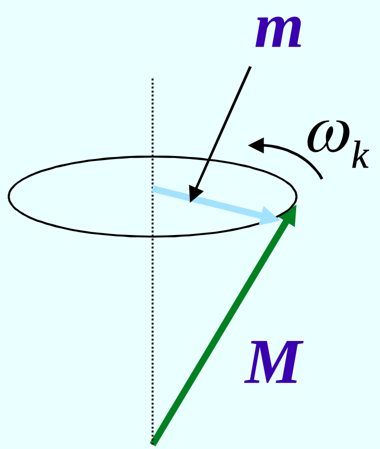
$$\vec{M} = \hat{z}\, M_z + \hat{x}\, m_x + \hat{y}\, m_y$$

$$m_{x,y} = g\mu_B\, (N/V)\, S_{x,y}$$

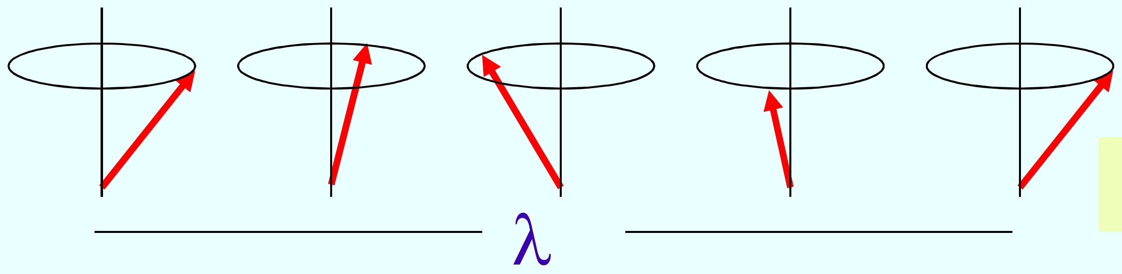
$$m^{\pm} = m_x \pm i m_y$$

$$\Downarrow$$

$$m^{+}(\vec{r},t) = m_0\, e^{i\vec{k}\cdot\vec{r} - i\,\omega_k\, t}$$

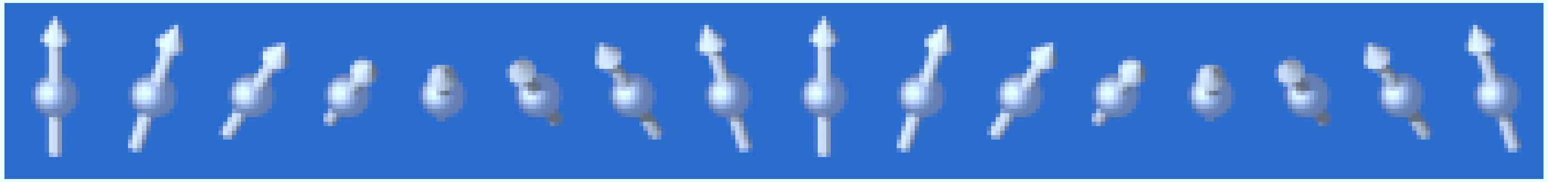


2- Ondas de spin: tratamento semi-clássico

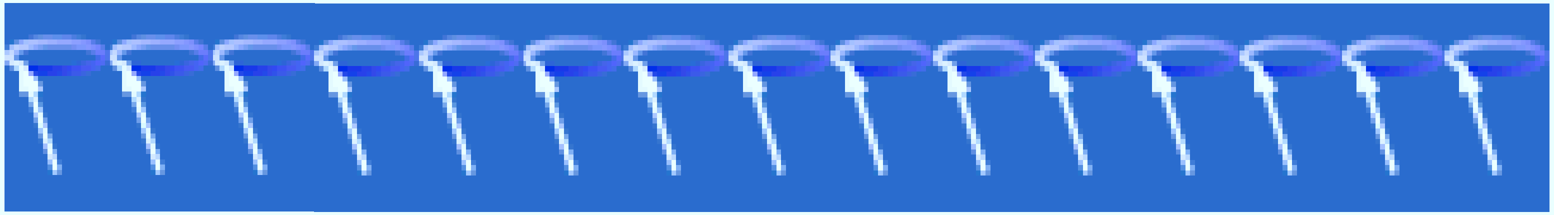


$$k = 2\pi / \lambda$$

Onda de spin propagante $\quad m^{+}(\vec{r},t) = m_0\, e^{i\vec{k}\cdot\vec{r} - i\,\omega_k\, t}$

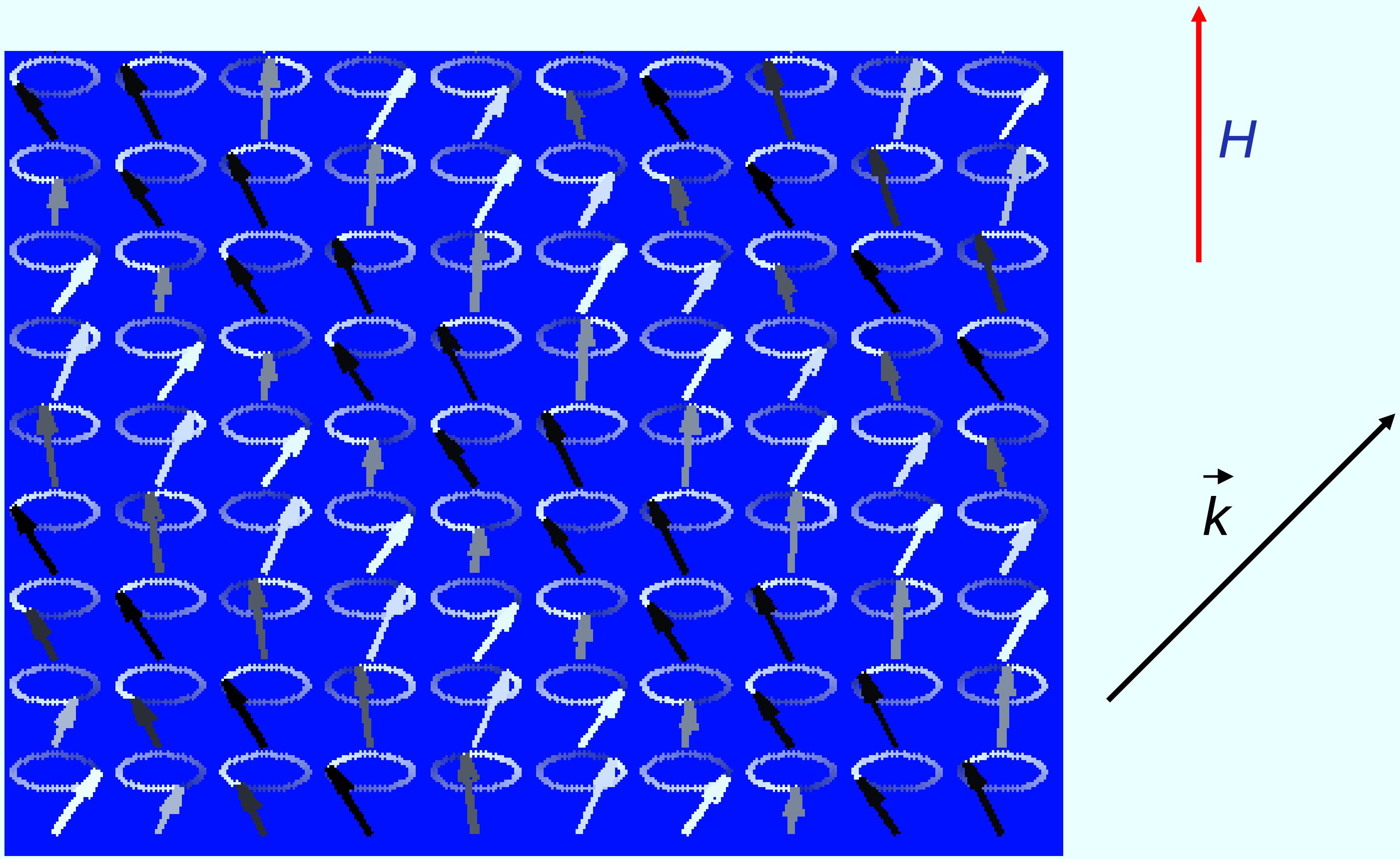


Onda de spin estacionária



2- Ondas de spin: tratamento semi-clássico

Onda de spin propagante $m^{+}(\vec{r},t) = m_0\, e^{i\,\vec{k}\cdot\vec{r} - i\,\omega_k\, t}$



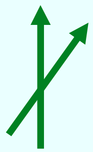
Cortesia de C.E. Patton

2- Ondas de spin: tratamento quântico

$$H = H_Z + H_{exc} + H_{dip}$$

$$S_j^{\pm} = S_j^x \pm i S_j^y$$

Operador de criação de desvio de spin



$$S_j^- \cong (2S)^{1/2} \left(a_j^+ - a_j^+ a_j^+ a_j / 4S \right)$$

$$S_j^+ \cong (2S)^{1/2} \left(a_j - a_j^+ a_j a_j / 4S \right)$$

$$S_j^z = S - a_j^+ a_j$$

$$S_j^- \cong (2S)^{1/2} a_j^+$$

$$S_j^+ \cong (2S)^{1/2} a_j$$

$$S_j^z \cong S$$

Hamiltoniano livre

$$H_0 = \sum_k \hbar \omega_k c_k^+ c_k$$

$\hbar \omega_k =$ energia

c_k^+ , c_k operadores

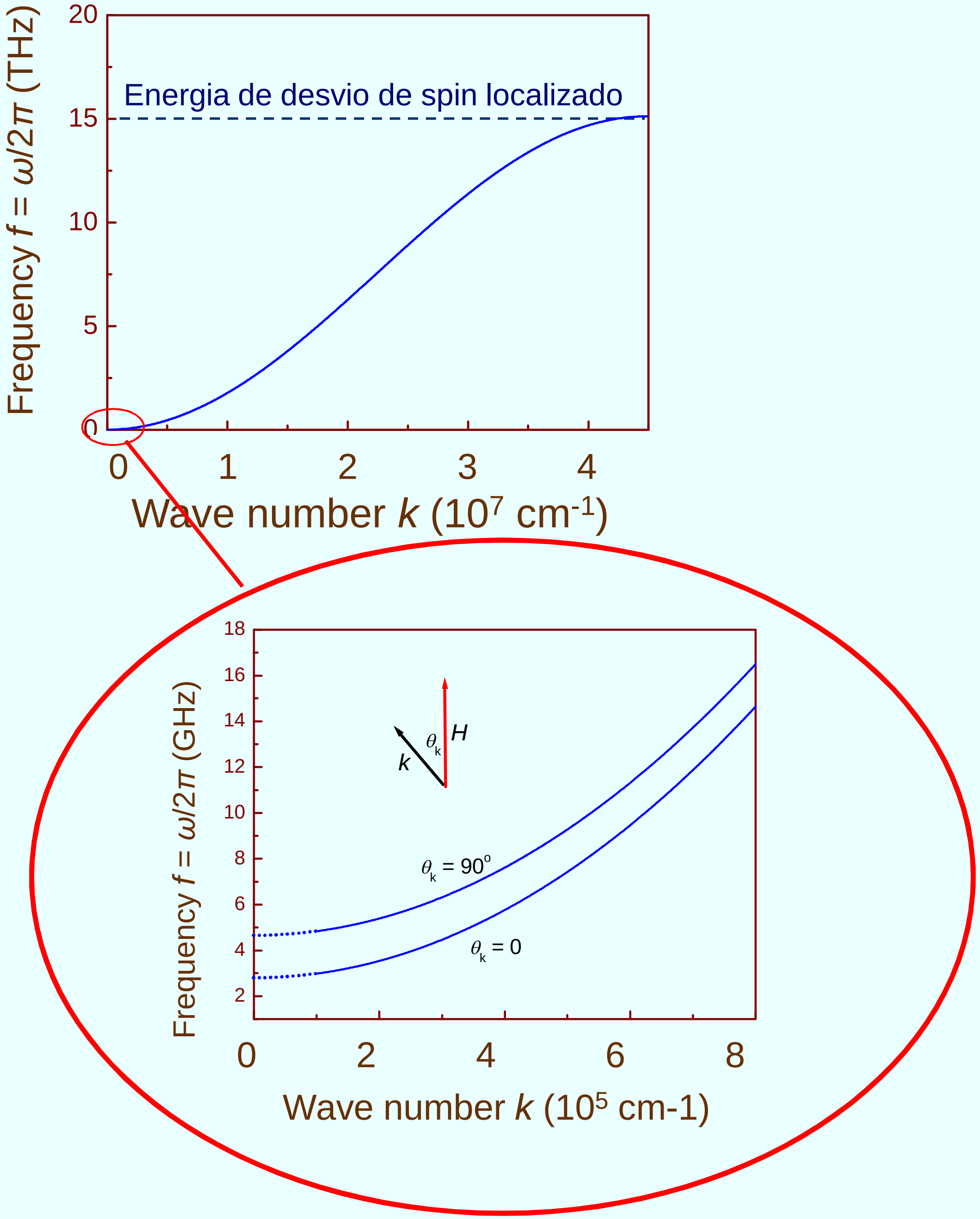
Operador coletivo

$$a_j = \frac{1}{N^{1/2}} \sum_k e^{i \vec{k}.\vec{r}} a_k$$

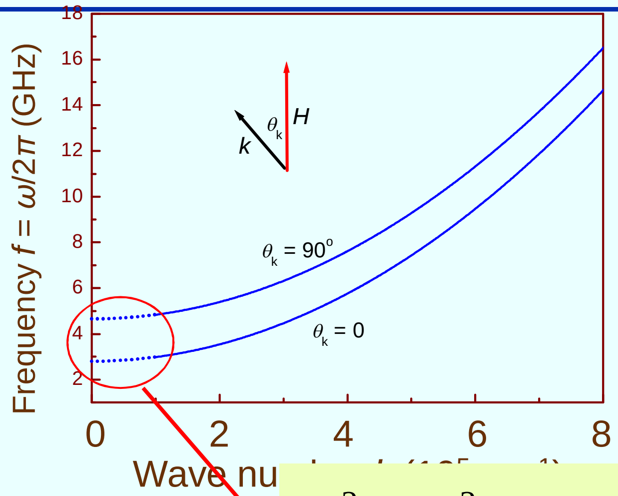
Transformação de Bogoliubov

$$a_k = u_k c_k + v_k c_{-k}^+$$

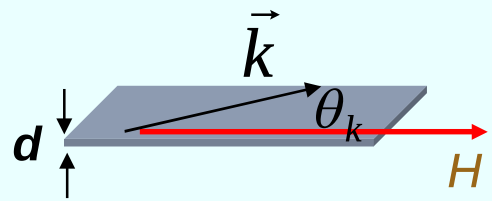
2- Frequência (energia de ondas de spin)



2- Frequência (energia de ondas de spin)

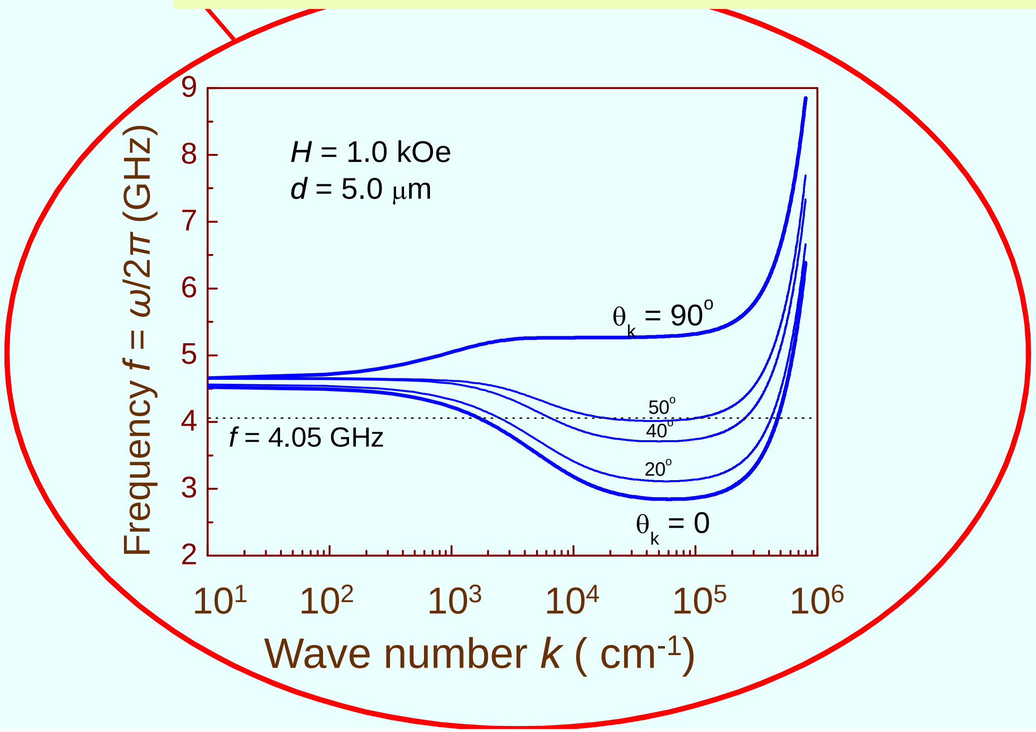


Filme de YIG



$$\omega_k^2 = \gamma^2 [H + Dk^2 + 4\pi M (1 - F_k) \sin^2 \theta_k][H + Dk^2 + 4\pi M F_k]$$

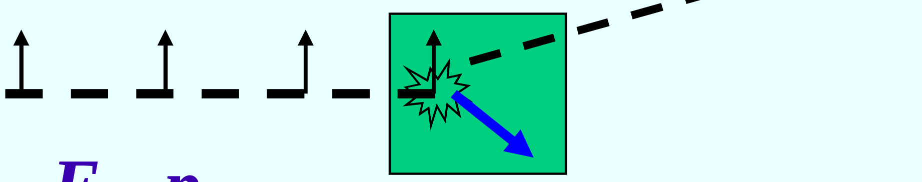
$$F_k = (1 - e^{-kd}) / kd$$



Espalhamento inelástico de nêutrons

feixe de nêutrons

amostra



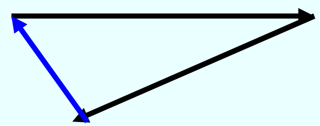
E_i , p_i

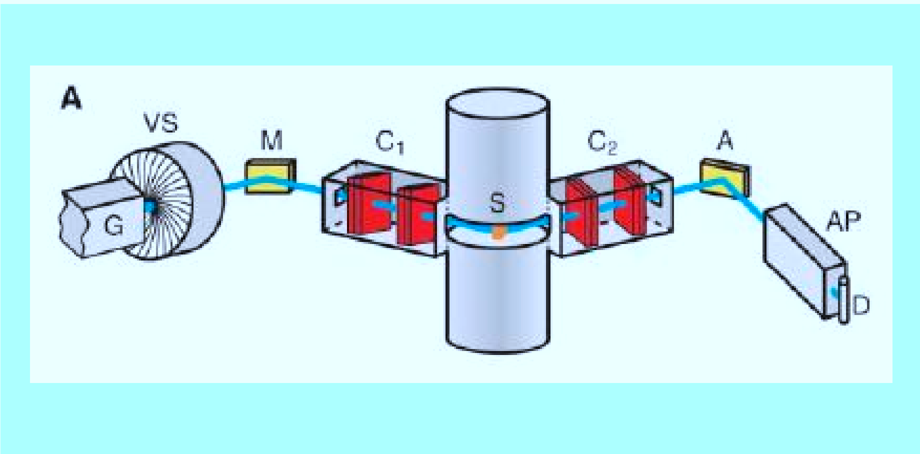
Magnon térmico

$\hbar\omega_k$, $\hbar\vec{k}$

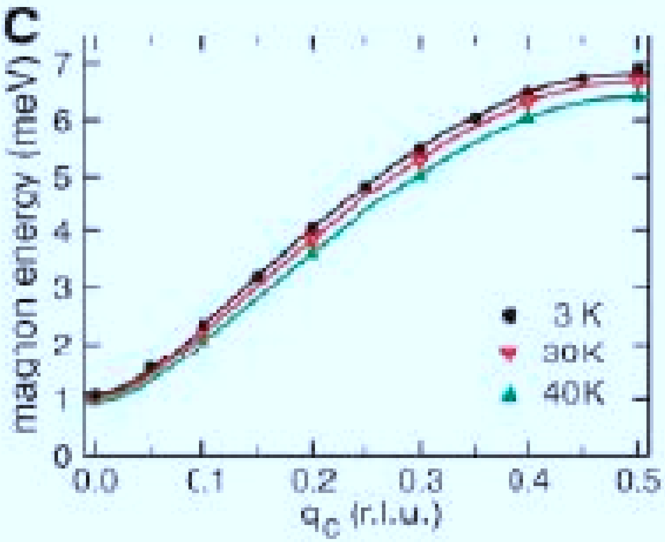
$$E_s = E_i - \hbar\omega_k$$

$$p_s = p_i - \hbar\vec{k}$$

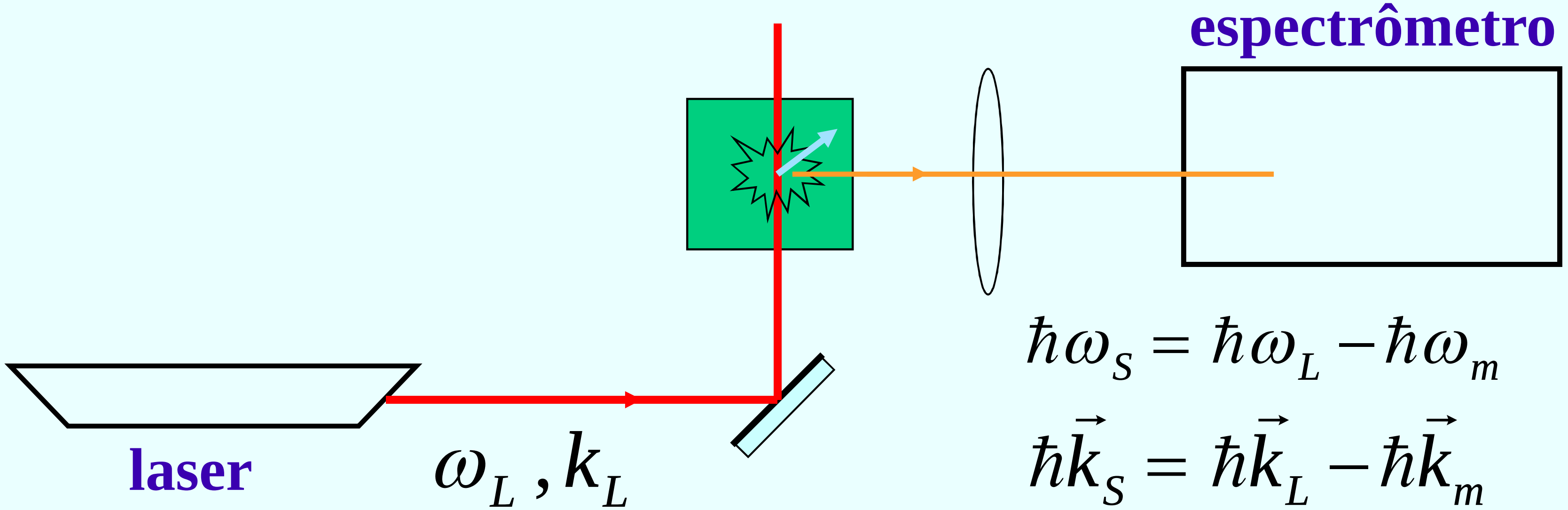




MnF2 (Science 2008)



Espalhamento inelástico de luz

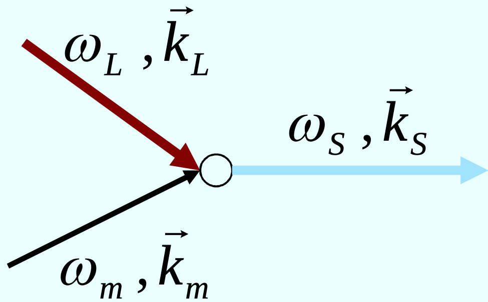


$$\hbar\omega_S = \hbar\omega_L - \hbar\omega_m$$

$$\hbar\vec{k}_S = \hbar\vec{k}_L - \hbar\vec{k}_m$$

Espalhamento Stokes

Anti-Stokes



$$\hbar\omega_S = \hbar\omega_L + \hbar\omega_m$$

$$\hbar\vec{k}_S = \hbar\vec{k}_L + \hbar\vec{k}_m$$

Observação de ondas de spin

Espalhamento inelástico de luz

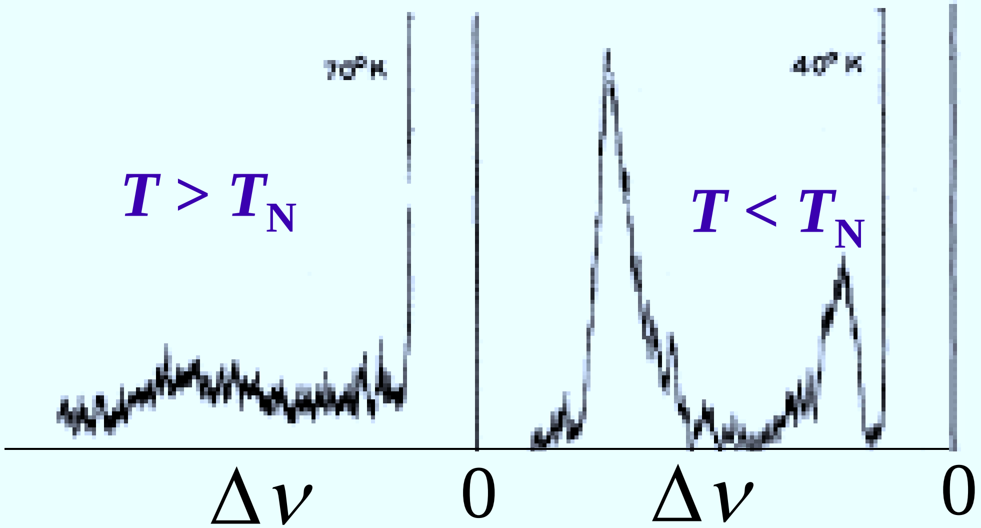
A primeira experiência de espalhamento (Raman) de luz foi feita por um brasileiro

LIGHT SCATTERING BY SPIN WAVES IN FeF_2

P. A. Fleury, S. P. S. Porto, L. E. Cheesman, and H. J. Guggenheim
Bell Telephone Laboratories, Murray Hill, New Jersey

(Received 27 May 1966)

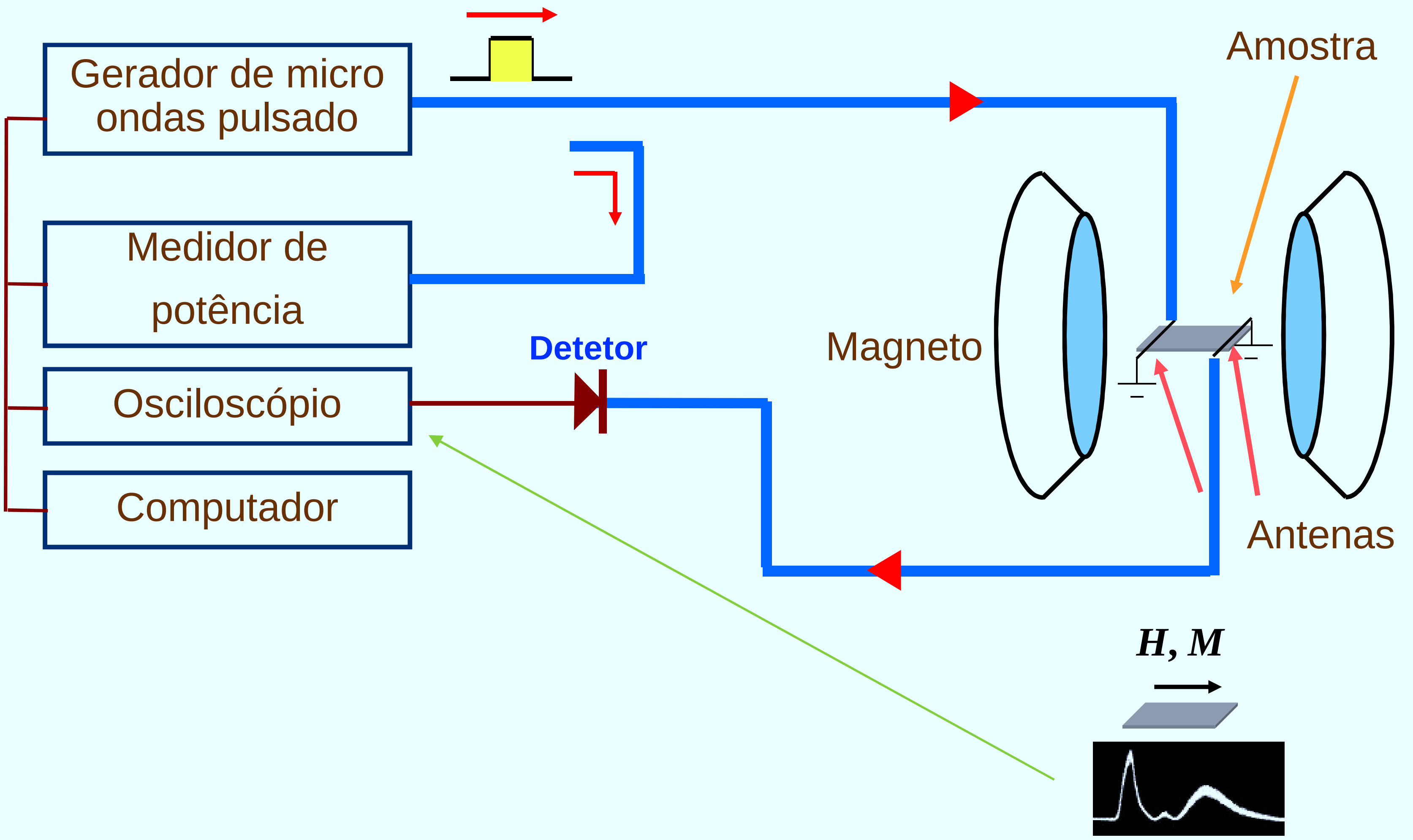
Volume 17, Number 2 PHYSICAL REVIEW LETTERS 11 July 1966



Sergio Porto na Bell em 1966

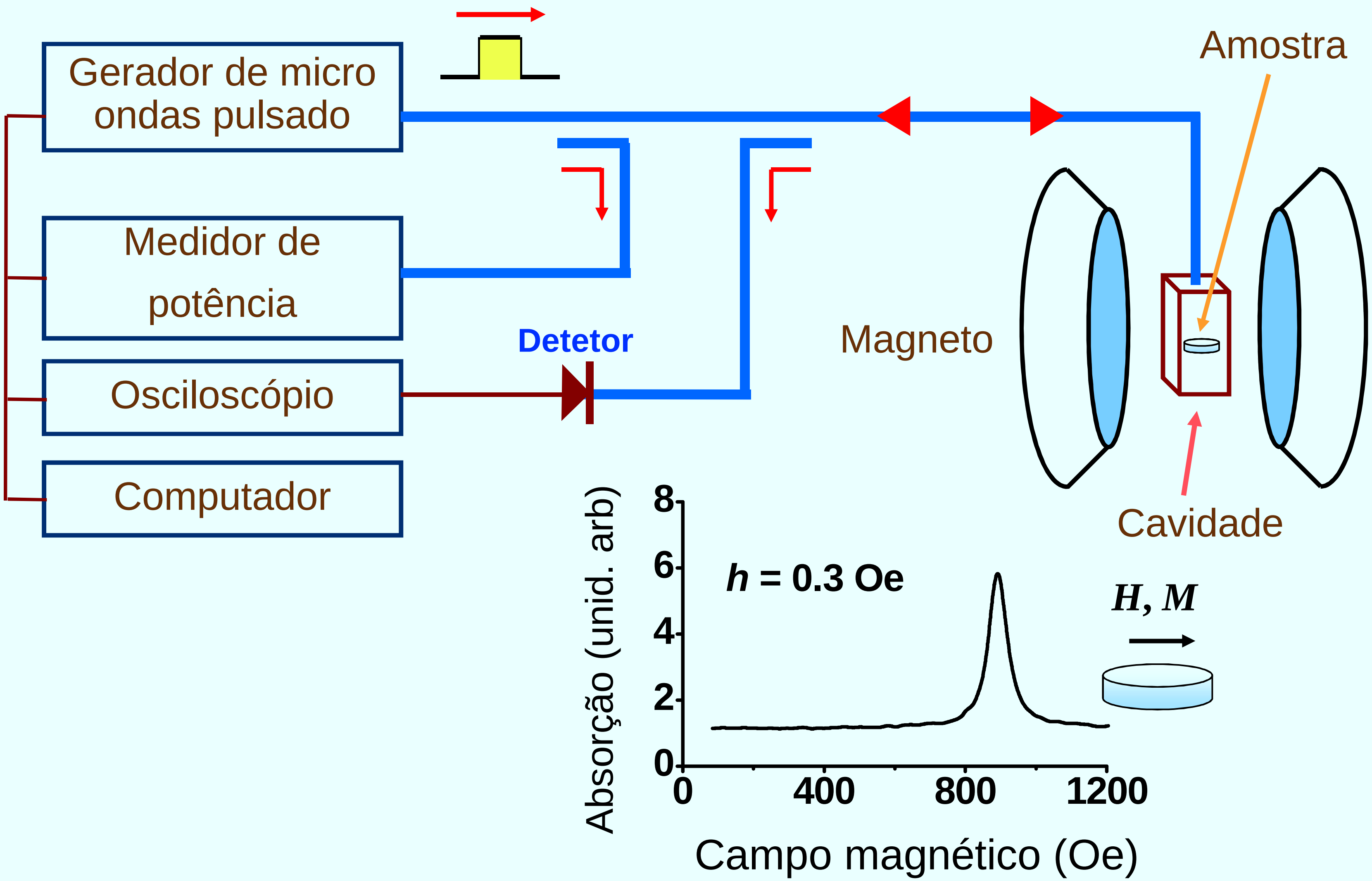
Observação de ondas de spin

Excitação linear de ondas de spin



Observação de ondas de spin

Experimento para excitação não-linear de magnons



3- Estados coerentes de magnons

Hamiltoniano livre

$$H_0 = \sum_k \hbar \omega_k \, c_k^+ c_k$$

$$n_k = c_k^+ c_k$$

Operador número

1 magnon $\quad |1_k\rangle = c_k^+ |0\rangle$

2 magnons $\quad |2_k\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (c_k^+)^2 |0\rangle$

n magnons $\quad |n_k\rangle = [(c_k^+)^{n_k} / (n_k !)^{1/2}] |0\rangle \qquad \langle n_k | n'_k \rangle = \delta_{n,\, n'}$

Auto-estados de *H* e n_k $\quad n_k |n_k\rangle = n_k \quad \Rightarrow \quad \langle n_k | n_k | n_k \rangle = n_k$

3- Estados coerentes de magnons

$$|n_k\rangle = [(c_k^+)^{n_k} / (n_k!)^{1/2}]|0\rangle$$

São auto-estados do operador número e do Hamiltoniano livre

São usados em quase todos tratamentos quânticos de propriedades termodinâmicas, mecanismos de relaxação e outros fenômenos envolvendo magnons

Entretanto eles tem valor esperado NULO para os operadores m_x e m_y e portanto não tem função de onda macroscópica

$$m_x(\vec{r}) = \frac{M}{(2NS)^{1/2}} \sum_k e^{i\vec{k}.\vec{r}} (u_k + v_k)(c_k + c_{-k}^*)$$

$$m_y(\vec{r}) = -i\frac{M}{(2NS)^{1/2}} \sum_k e^{i\vec{k}.\vec{r}} (u_k - v_k)(c_k - c_{-k}^*)$$

$$m^+ = m_x + i\, m_y \propto c_k$$

$$\Rightarrow$$

$$\langle n_k | m_x | n_k \rangle = \langle n_k | m_y | n_k \rangle = \\ = \langle n_k | m^{\pm} | n_k \rangle = 0$$

3- Estados coerentes de magnons

Estados coerentes de magnons são definidos em analogia com os estados coerentes de fotons introduzidos por Glauber in 1963
[S.M. Rezende e N. Zagury, Phys. Lett. A 29, 47 (1969)]

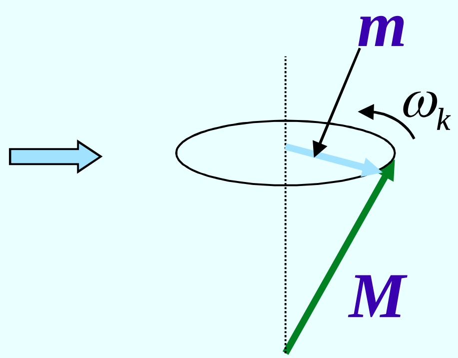
$$c_k \left|\alpha_k\right\rangle = \alpha_k \left|\alpha_k\right\rangle$$

$$\left|\alpha_k\right\rangle = e^{-\left|\alpha_k\right|^2/2} \sum_{n_k} (\alpha_k)^{n_k} / (n_k!)^{1/2} \left|n_k\right\rangle$$

$$\left\langle n_k \right\rangle = \left|\alpha_k\right|^2$$

$$\left\langle m_x(\vec{r},t)\right\rangle = \frac{M}{(NS/2)^{1/2}} \left|\alpha_k\right| (u_k + v_k) \cos(\vec{k}.\vec{r} - \omega_k t + \phi_k)$$

$$\left\langle m_y(\vec{r},t)\right\rangle = \frac{M}{(NS/2)^{1/2}} \left|\alpha_k\right| (u_k - v_k) \sin(\vec{k}.\vec{r} - \omega_k t + \phi_k)$$



3- Estados coerentes de magnons

Operador matriz densidade

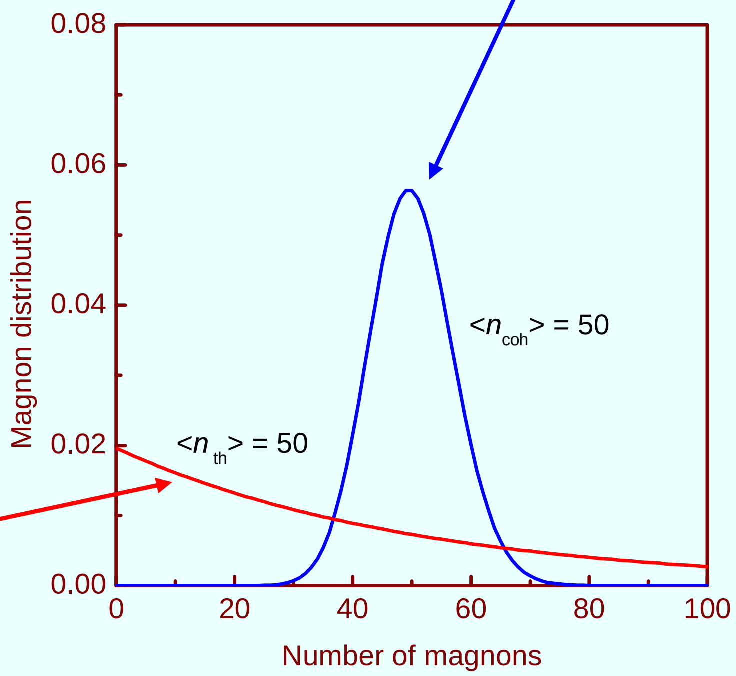
$$\rho = \int P(\alpha_k) |\alpha_k\rangle\langle\alpha_k| \, d^2\alpha_k \qquad \int P(\alpha_k)\, d^2\alpha_k = 1$$

Estado coerente $\quad \rho_{coh}(n_k) = \left|\langle n_k | \alpha_k \rangle\right|^2 = (|\alpha_k|^{2n_k} / n_k!)\, e^{-|\alpha_k|^2}$

Magnons térmicos

$$\bar{n}_k = \frac{1}{e^{\hbar\omega_k / k_B T} - 1}$$

$$\rho_{th}(n_k) = \frac{(\bar{n}_k)^{n_k}}{(1+\bar{n}_k)^{n_k+1}}$$



4- Evidências experimentais de BEC de magnons em T ambiente

1- S.O. Demokritov *et al.* , Nature 443, 430 (2006).

2- V.E. Demidov, S.O. Demokritov, *et al*., Phys. Rev. Lett. 99, 037205 (2007).

3- V.E. Demidov, S.O. Demokritov, *et al*., Phys. Rev. Lett. 100, 047205 (2008)

4- V.E. Demidov, S.O. Demokritov, *et al*., Phys. Rev. Lett. 101, 257201 (2008)

5- O. Dzyapko, S.O. Demokritov, *et al*. Appl. Phys. Lett. 92, 162510 (2008).

PRL **100,** 047205 (2008) PHYSICAL REVIEW LETTERS week ending 1 FEBRUARY 2008

Observation of Spontaneous Coherence in Bose-Einstein Condensate of Magnons

V. E. Demidov,[1,*] O. Dzyapko,[1] S. O. Demokritov,[1] G. A. Melkov,[2] and A. N. Slavin[3]

[1] *Institute for Applied Physics and Center for Nonlinear Science, University of Muenster, Corrensstrasse 2-4, 48149 Muenster, Germany*

[2] *Department of Radiophysics, National Taras Schevchenko University of Kiev, Kiev, Ukraine*

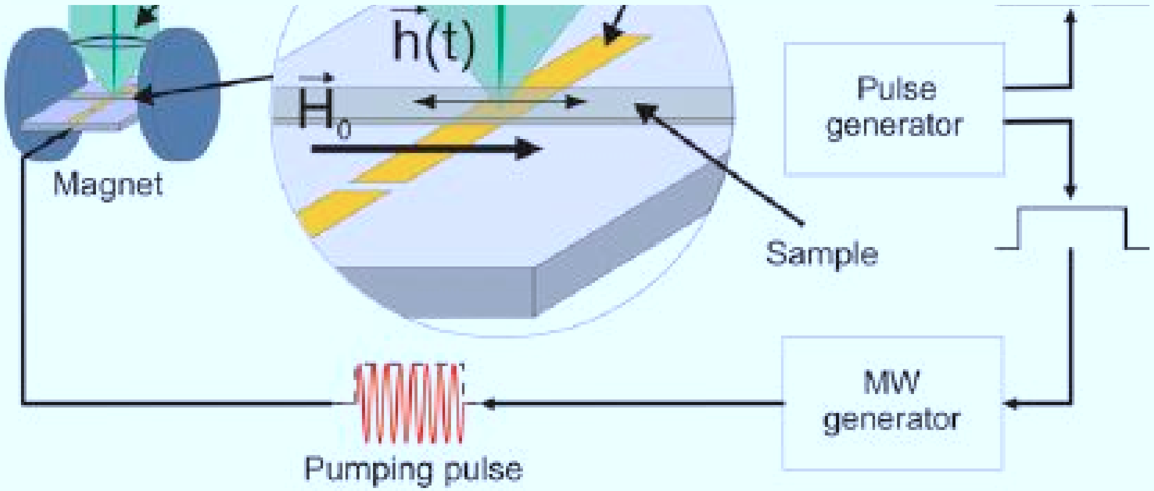
[3] *Department of Physics, Oakland University, Rochester, Michigan, USA*

4- Experimentos de Demokritov *et al*.

Configuração esquemática

Magnons detetados por espalhamento Brillouin de luz (BLS)

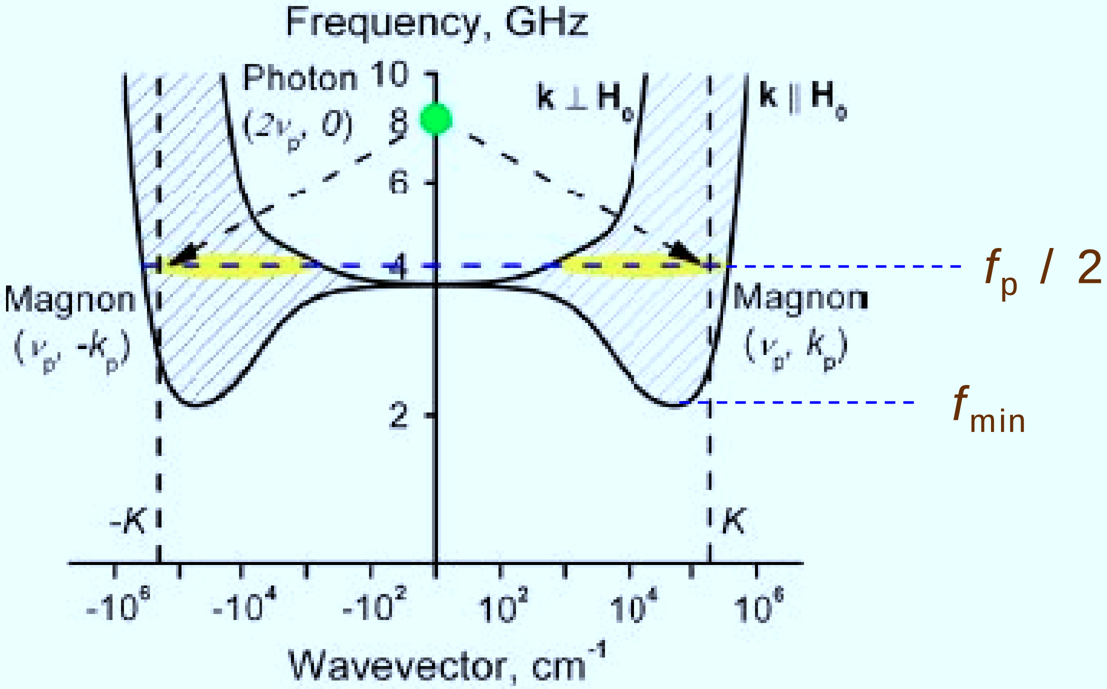
Ondas de spin (magnons) excitadas em filme de YIG por micro-ondas



4- Experimentos de Demokritov *et al*.

Campo de micro-ondas com frequência f_p = 8.1 GHz aplicado paralelo ao campoestático *H*

H = 0.7 kOe

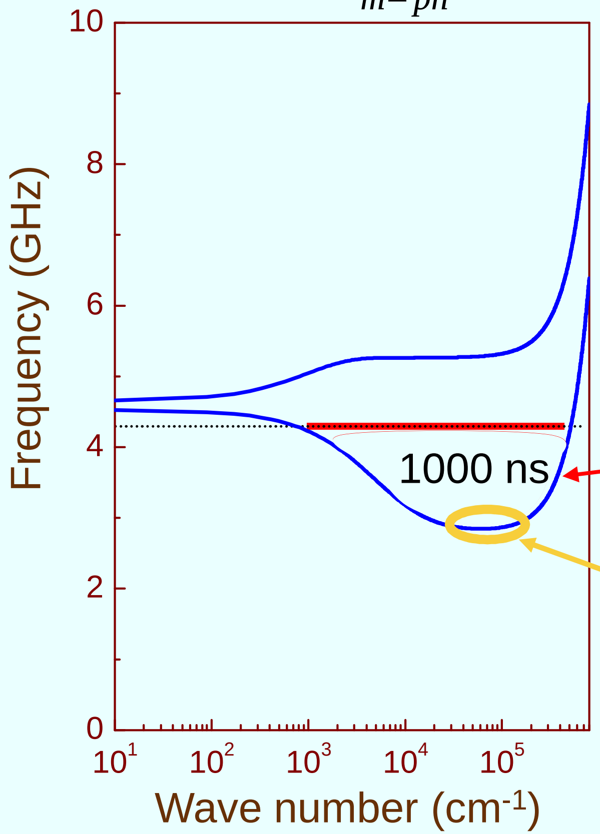


Magnons com frequência f_p /2= 4.05 GHz excitados pelo processo de “parallel pumping”

4- Experimentos de Demokritov *et al.*

Estados de magnons com frequência na faixa f_{min} - f_p /2 são populados por espalhamento de magnons até cerca de 50 ns depois do início do pulso de excitação

$\tau_{m-m} \sim 10$ ns $\tau_{m-ph} \sim 250$ ns



condensado

H = 1.0 kOe

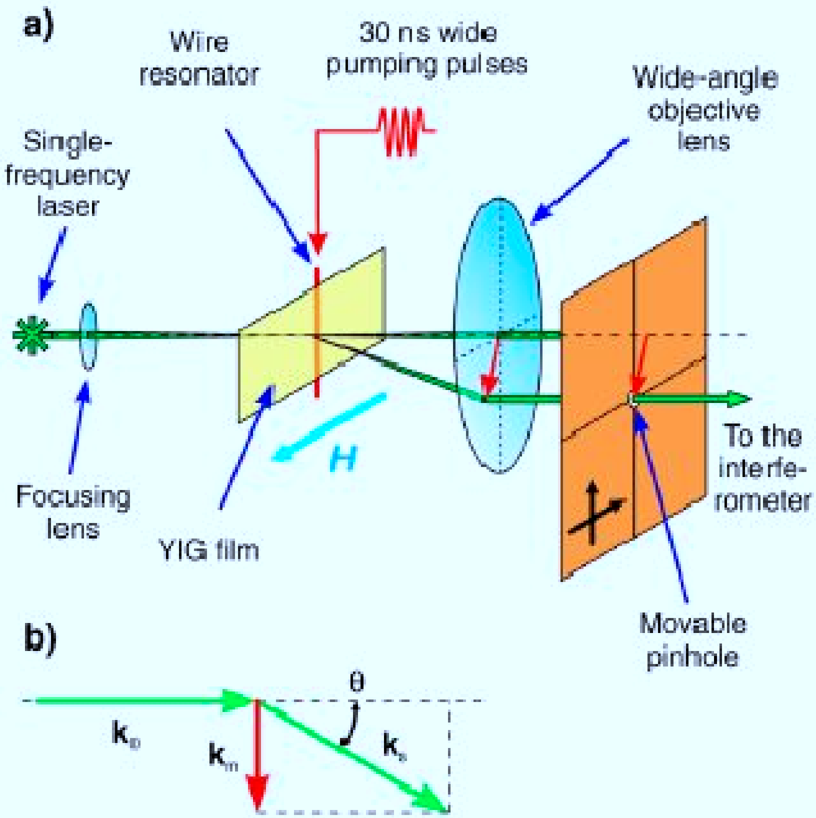
O gas de manons quentes fica em quasi-equilíbrio desacoplado da rede por centenas de ns

úmero de estados de magnons no reservatório
$N_R \sim 10^9$

4- Experimentos de Demokritov *et al*.

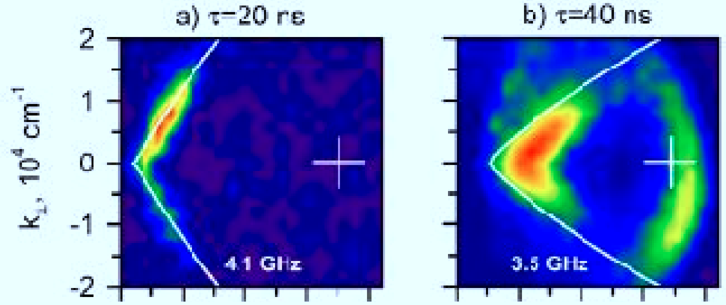
Experimento com pulsos curtos e resolução em vetor de onda

V.E. Demidov *et al.*,Phys. Rev. Lett. **101**, 257201 (2008)



4- Experimentos de Demokritov *et al.*

Experimento com pulsos curtos e resolução em vetor de onda



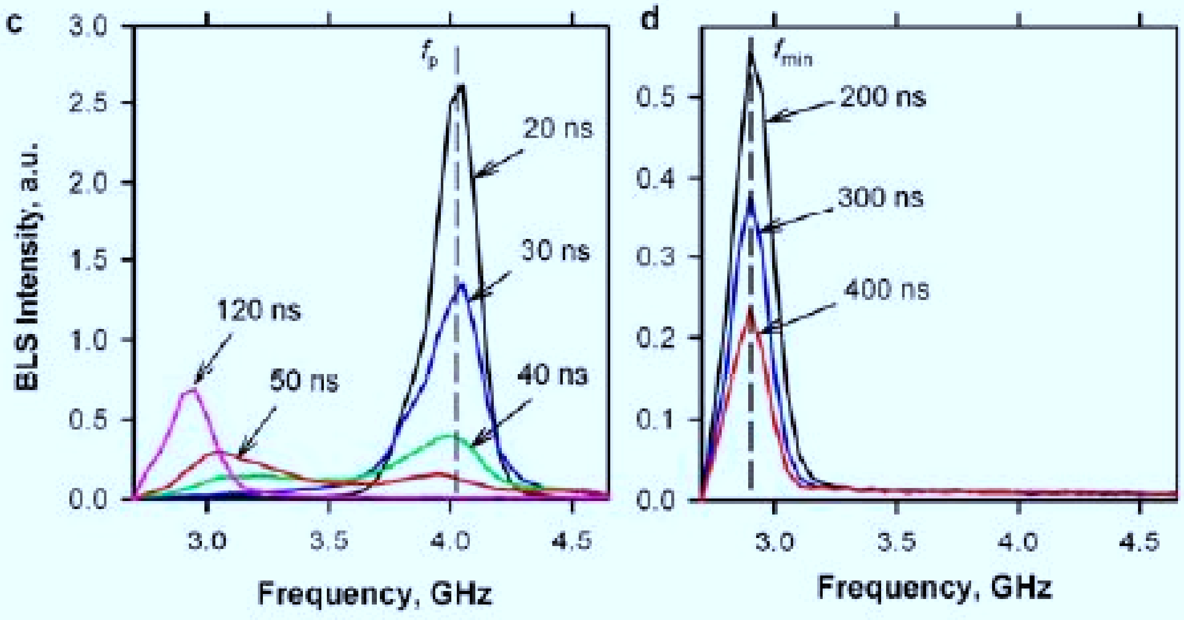
Conclusão: Para p > p_{crit} os magnons no reservatório condensam em f_{min} e se tornam coerentes

4- Experimentos de Demokritov *et al*.

Experimentos com pulsos curtos (30 ns)

V.E. Demidov *et al.* , Phys. Rev. Lett. **100**, 047205 (2008)

H = 1.0 kOe p = 3 W

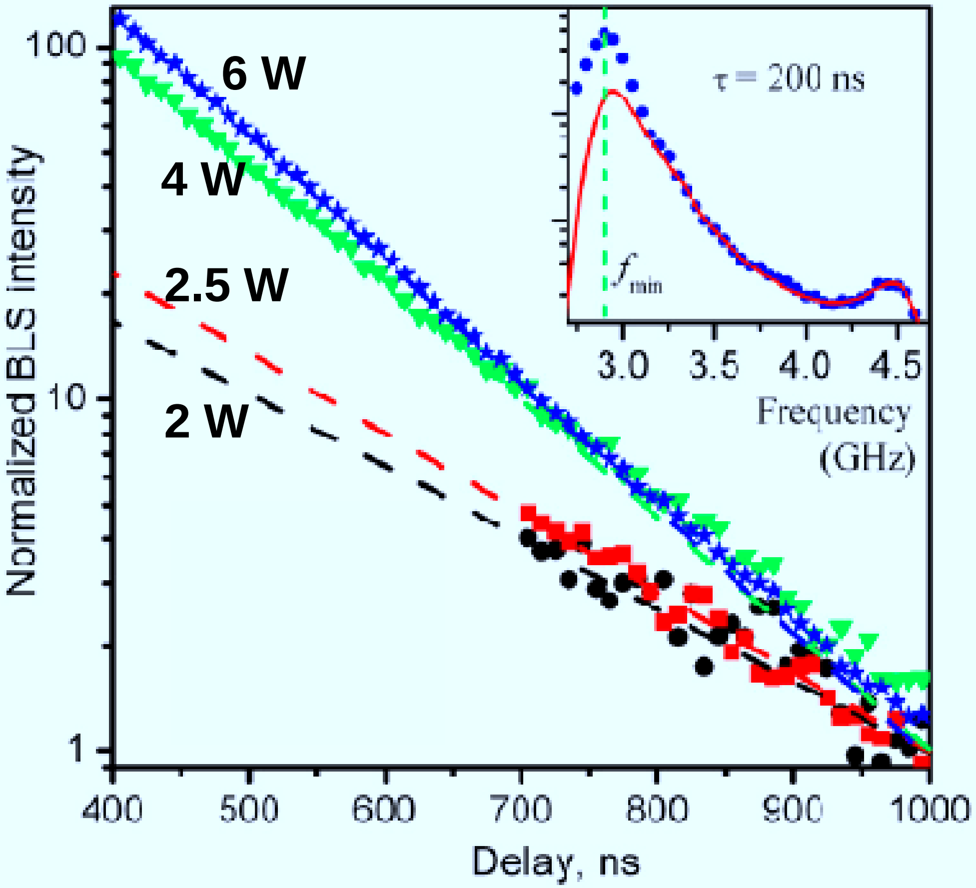


4- Experimentos de Demokritov *et al*.

Experimentos com pulsos curtos (30 ns)

H = 1.0 kOe

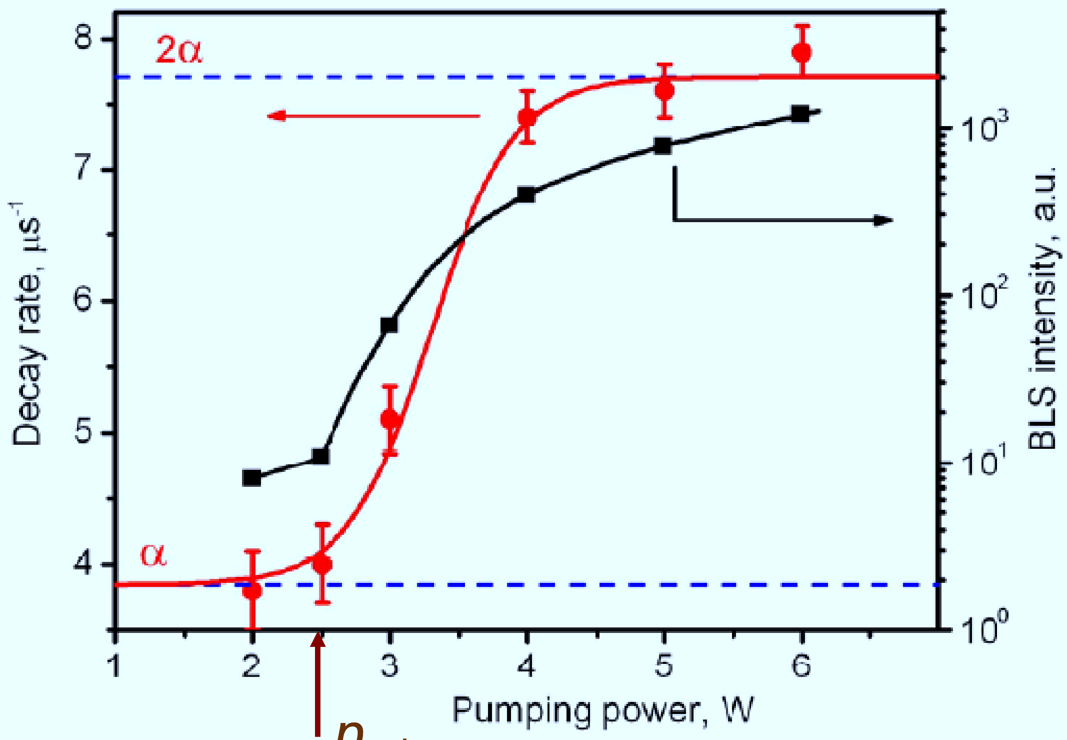
Medida do decaimento para a rede do pico BLS em f_{min}



4- Experimentos de Demokritov *et al.*

Experimentos com pulsos curtos (30 ns)

H = 1.0 kOe



p_{crit}

$$I_{BLS} \propto \langle (\sum E_i)^2 \rangle$$

$p < p_{crit}$ Espalhadores incoerentes

$$\langle E_i E_j \rangle = 0, i \neq j$$

$$I_{BLS} \propto n$$

$p > p_{crit}$ Espalhadores coerentes

$$\langle E_i E_j \rangle = \langle E_i^2 \rangle$$

$$I_{BLS} \propto n^2$$

5- Teoria de BEC em sistema de magnons interagentes

Excitação de magnons por bombeamento paralelo

$$H = H_0 + H_{\text{int}} + H'(t)$$

H $\uparrow$ $\updownarrow$ $\hat{z}\, h \cos(\omega_p t)$

$$H'(t) = \frac{\hbar}{2} \sum_k h \rho_k \, e^{-i\omega_p t} c_k^+ c_{-k}^+ + h.c.$$

$$\rho_k = \gamma\, \omega_M \, [(1 - F_k)\sin^2\theta_k - F_k] / 4\omega_k$$

$$\omega_M = \gamma\, 4\pi M$$

$\gamma = g\mu_B / \hbar$ 2.8 GHz / kOe for YIG

$$F_k = (1 - e^{-kd}) / kd$$

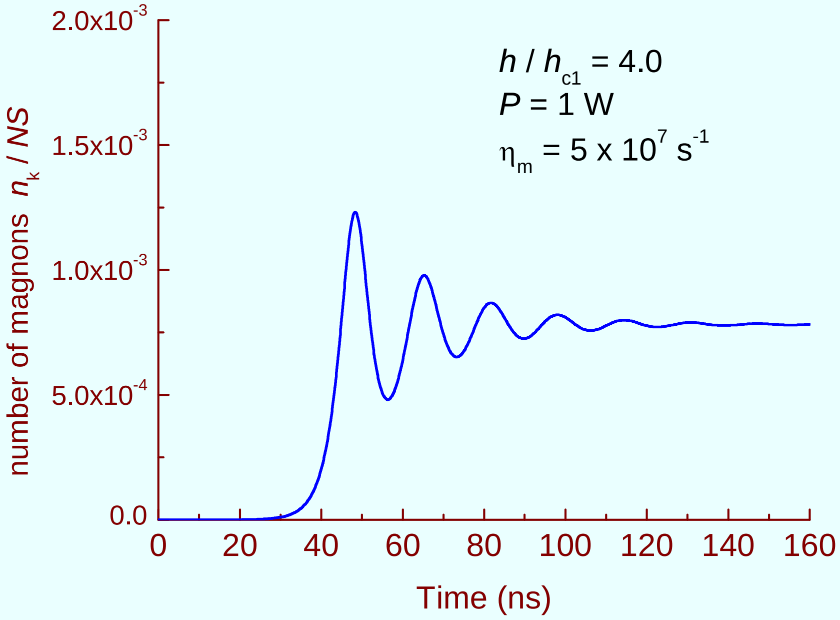
$$H_{\text{int}} = H^{(4)} = \hbar \sum_{k,k'} \left(\tfrac{1}{2} S_{kk'} c_k^+ c_{-k}^+ c_{k'} c_{-k'} + T_{kk'} c_k^+ c_{k'}^+ c_k c_{k'} \right)$$

$$V_{(4)} = S_{kk} + 2T_{kk} = 4\omega_M / NS$$

5- Teoria de BEC em sistema de magnons interagentes

Excitação de magnons por bombeamento paralelo

$$\frac{dc_k}{dt} = -(i\omega_k + \eta_m + i2V_{(4)} n_k) c_k - i(h\rho_k) e^{-i\omega_p t} c^+_{-k}$$



$$\langle n_k \rangle_{ss} = \frac{[(h\rho_k)^2 - \eta_k^2]^{1/2} - |\Delta\omega_k|}{2V_{(4)}}$$

5- Teoria de BEC em sistema de magnons interagentes

Excitação de magnons por bombeamento paralelo

$$\langle n_k \rangle_{ss} \cong \frac{[(p - p_{c1})/p_{c1}]^{1/2}}{2V_{(4)}/\eta_m}$$

p = potência de bombeio

P_{c1} = pot. crítica para b.p.

Fator r_p para o número de modos bombeados

Número total de magnons no gas

$$N_p = r_p\, n_H [(p - p_{c1})/p_{c1}]^{1/2}$$

$$n_H \equiv \eta_m / 2V_{(4)} = \eta_m NS / 8\omega_M$$

5- Teoria de BEC em sistema de magnons interagentes

Termodinâmica

$$n_{BE}(\omega,\mu,T)=\frac{1}{e^{(\hbar\omega-\mu)/k_B T}-1}$$

$$N_{tot}=\int D(\omega)\,n_{BE}(\omega,\mu,T)\,d\omega$$

$$N_p=\int D(\omega)\,n_{BE}(\omega,\mu,T)\,d\omega$$

$$N_p=r_p\,n_H\,[(p-p_{c1})/p_{c1}]^{1/2}$$

Distribuição de BE normalizada

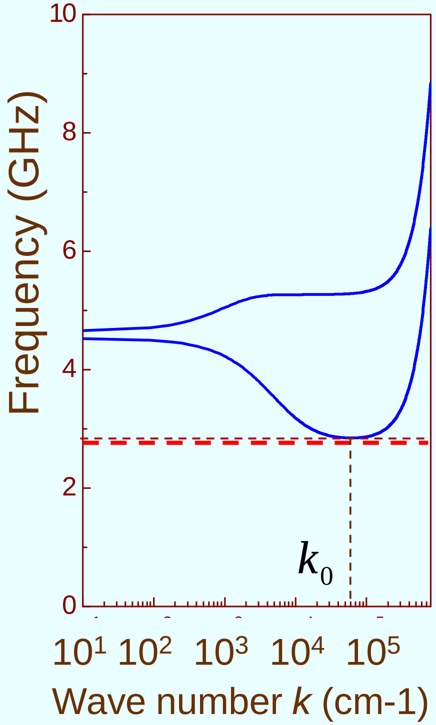
$$f_{BE}(\omega)=n_{BE}(\omega)/C_{BE}$$

$$C_{BE}=\frac{1}{\Delta\omega_R}\int n_{BE}\,d\omega$$

Densidade espectral $G(\omega)=D(\omega)\,f_{BE}(\omega)$

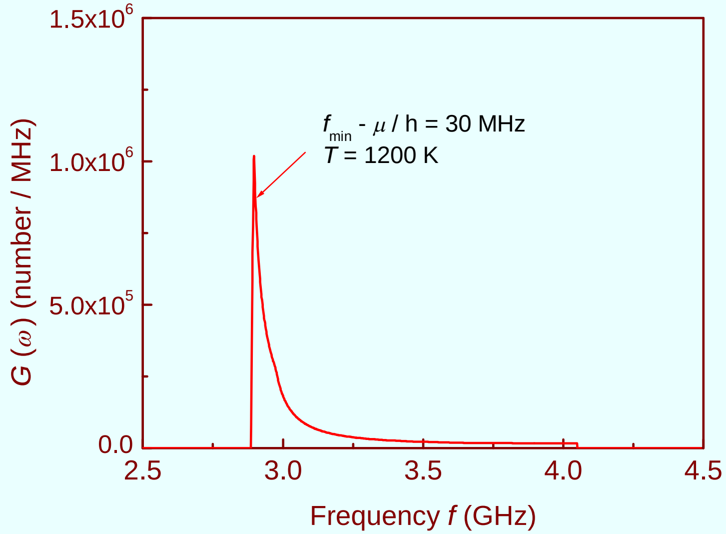
5- Teoria de BEC em sistema de magnons interagentes

Densidade espectral $G(\omega) = D(\omega)\, f_{BE}(\omega)$



$f_{\min} = \omega_{k0} / 2\pi = 2.9\,GHz$

μ / h = 2.868 GHz



5- Teoria de BEC em sistema de magnons interagentes

Dinâmica da formação do BEC

$$H^{(4)} = \hbar \sum_{k,k'} \left(\tfrac{1}{2} S_{kk'}\, c_k^+ c_{-k}^+ \langle c_{k'} c_{-k'} \rangle + T_{kk'}\, c_k^+ c_{k'}^+ c_k c_{k'} \right)$$

$$H'(t) = \hbar \sum_{k_R} \tfrac{1}{2} S_{kk_R}\; n_{k_R}\, e^{i\varphi_{kR}}\; e^{-i2\omega_{kR} t}\; c_k^+ c_{-k}^+ + h.c.$$

$$n_{k_R} = f_{BE}(\omega_{kR})\, n_R$$

$$n_R = \frac{N_p}{N_R}$$

N_R = número de estados no reservatório

n_R = número médio de magnons

$$H'_{eff}(t) \cong \hbar (h\rho)_{eff}\, e^{-i\,2\omega_{k0} t}\, c_{k_0}^+ c_{-k_0}^+ + h.c.$$

$$(h\rho)_{eff} = -i\, G(\omega_{k0})\, \eta_m V_{(4)}\, n_R / 2$$

$$n_{k0} = \frac{\left[\left| (h\rho)_{eff} \right|^2 - \eta_m^2 \right]^{1/2}}{2V_{(4)}}$$

Pares de magnons com k_0 , $-k_0$ são gerados pela ação coletiva

5- Teoria de BEC em sistema de magnons interagentes

Magnons com ω_{k0} = 2π f_{min} "gerados" coletivamente quando a densidade excede valor crítico

$$n_{k0} = \frac{n_H}{n_c}(n_R^2 - n_c^2)^{1/2} \qquad n_c = 2/V_{(4)}\, G(\omega_{k0})$$

Ou, magnons com ω_{k0} = 2π f_{min} "gerados" coletivamente quando a potência de micro-ondas excede valor crítico

$$n_{k_0} = n_H [(p - p_{c2})/(p_{c2} - p_{c1}]^{1/2} \qquad p_{c2} = p_{c1}\{1 + 16/[r\eta_m\, G(\omega_{k0})]^2\}$$

5- Teoria de BEC em sistema de magnons interagentes

Magnons com $\omega_{k0} = 2\pi f_{min}$ "gerados" coletivamente estão em estados coerentes

Prova semelhante a do processo de *parallel pumping*
Cid B. de Araujo, Phys. Rev. B 10, 3961 (1974)

Equações de movimento dos operadores de magnon c_k, c_k^+ com o Hamiltoniano

$$H = H_0 + H^{(4)} + H'_{eff}(t) + H_R + H_{RS}$$

→

Usa representação de estados coerentes para obter equação de Langevin não linear

↓

Obtém equação para a densidade de probabilidade $P(\alpha_k)$ estocasticamente equivalente a eq. Langevin

5- Teoria de BEC em sistema de magnons interagentes

Magnons com ω_{k0} = 2π f_{min} “gerados” coletivamente estão em estados coerentes

Eq. de Fokker-Plank

$$\alpha_k = a_k \exp(i\phi_k)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t'} + \frac{1}{x}\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)[(A - x^4)x^2 P = \frac{1}{x}\frac{\partial}{\partial x}\left(x\frac{\partial P}{\partial x}\right) + \frac{1}{x^2}\left(\frac{\partial^2 P}{\partial \phi_k^2}\right)$$

$$t' = (\bar{n}_{k0}^2\, \eta_m^3 / n_H^2)^{1/3}\, t$$

$$x = (2 / n_H^2\, \bar{n}_{k0})^{1/6}\, a_k$$

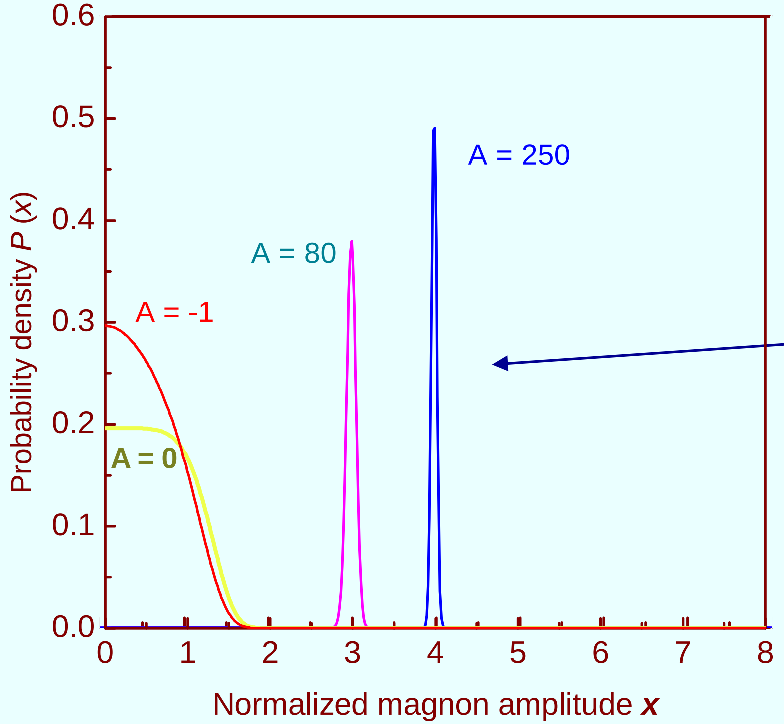
$$A = \left[\frac{2}{r\, f_{BE}(\omega_{k0})}\right]^{2/3} \left[\frac{p_{c1}}{p - p_{c1}}\right]^{1/3} \frac{(p - p_{c2})}{(p_{c2} - p_{c1})}$$

5- Teoria de BEC em sistema de magnons interagentes

Solução estacionária

$$P(x) = C\exp(\tfrac{1}{2}Ax^2 - \tfrac{1}{6}x^6)$$

$$A \propto (p - p_{c2})$$



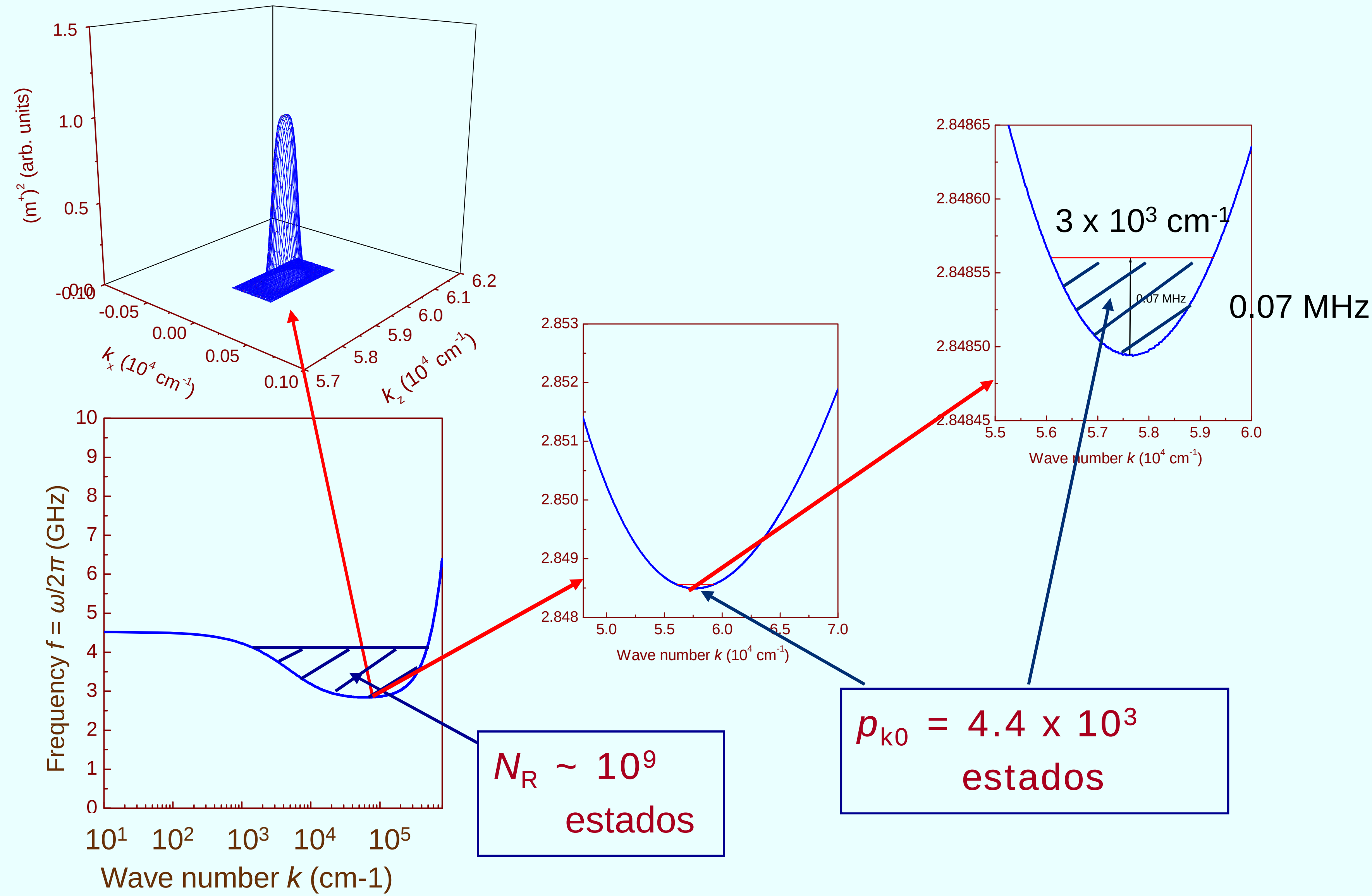
Característicos de Estado coerente !!!

Máximo em $x_0 = A^{1/4}$

$$n_{k_0} = n_H [(p - p_{c2})/(p_{c2} - p_{c1}]^{1/2}$$

Mesmo número de magnons obtido das eqs movimento

Função de onda do condensado



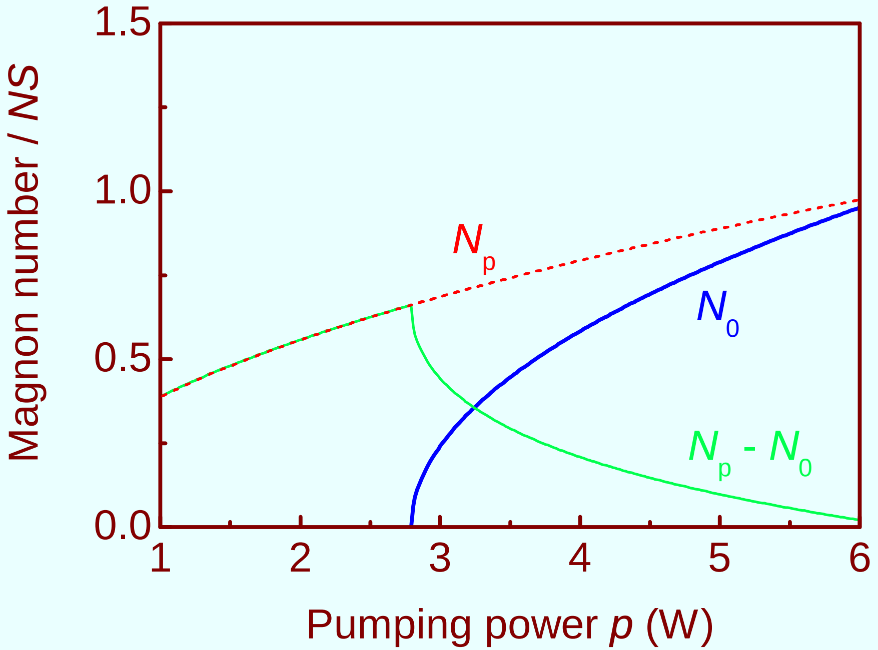
5- Teoria de BEC em sistema de magnons interagentes

Para $p > p_{c2}$ os magnons k_0 estão em estados coerentes!

Considera p_{k0} estados em torno de k_0 são populados

$$N_0 = p_{k0}\, n_{k0}$$

Número de magnons no condensado



$p_{k0} = 4.4 \times 10^3$
$r_p = 5 \times 10^2$

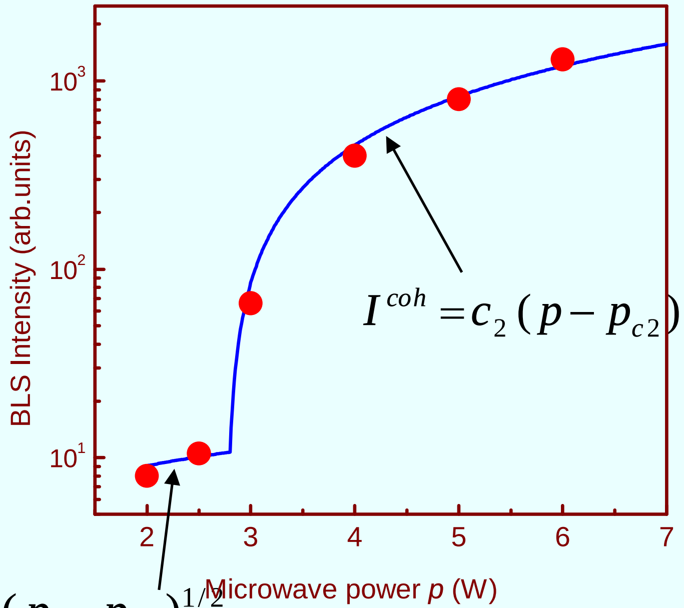
$N_R \sim 10^9$

6- Comparação da teoria com os experimentos

Espalhamento de Brillouin de luz: Intensidade

$$p < p_{c2} \qquad I^{inc} = b\left(\frac{p_{th}\,\bar{n}_{k0}}{N}\right) = b\, r\, f_{BE}(\omega_{k0})\left(\frac{p_{th}\, n_H}{N}\right)\left(\frac{p - p_{c1}}{p_{c1}}\right)^{1/2}$$

$$p \geq p_{c2} \qquad I^{coh} = b\left(\frac{N_0}{N}\right)^2 = b\left(\frac{p_{k0}\, n_H}{N}\right)^2\left(\frac{p - p_{c2}}{p_{c2} - p_{c1}}\right)$$



$$I^{coh} = c_2\,(p - p_{c2})$$

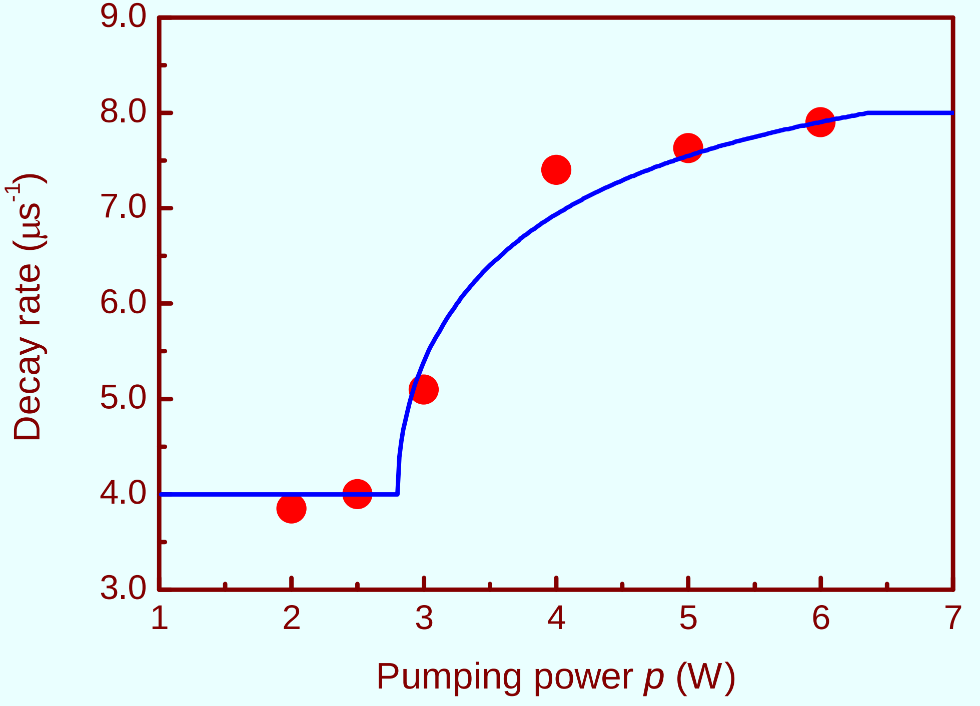
$$I^{inc} = c_1\,(p - p_{c1})^{1/2}$$

$$r\, f_{BE}(\omega_{k0}) = \frac{c_1}{c_2}\,\frac{p_{k0}^2}{p_{th}}\,\frac{\eta_m}{8\,\omega_M}\,\frac{p_{c1}^{1/2}}{p_{c2}}$$

6- Comparação da teoria com os experimentos

Espalhamento de Brillouin de luz: Decaimento do pico em f_{min}

$$\eta_{BLS} = \left(\frac{N_p - N_0}{N_p}\right) 2\eta_{SL} + \frac{N_0}{N_p} 4\eta_{SL}$$



Conclusões

Modelo teórico para a dinâmica de magnons interagentes em filme de YIG excitado por micro-ondas confirma a formação de BEC de magnons nos experimentos de Demokritov *et al*.

- Uma transição de fase caracteriza o estabelecimento de coerência com um parâmetro de ordem $m^{+} \propto (p - p_{c2})^{1/4}$

- O número de magnons no condensado se aproxima do número total de magnons no sistema

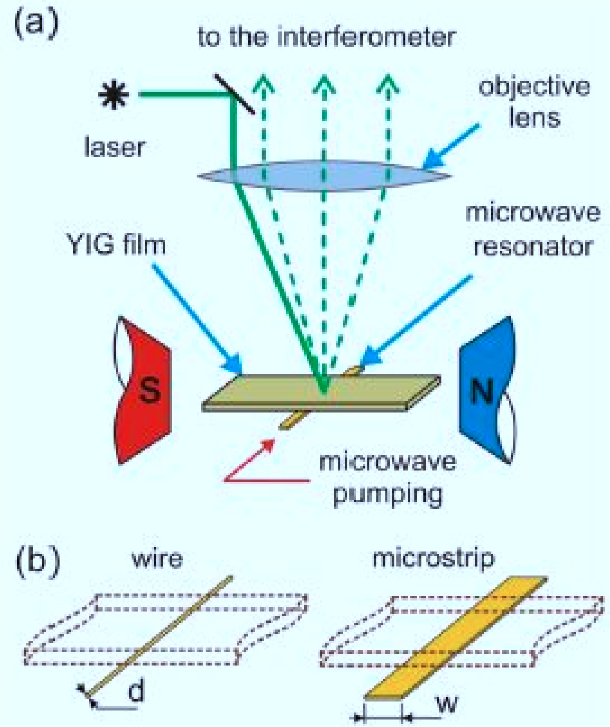
- Resultados teóricos explicam os dados experimentais obtidos com espalhamento Brillouin de luz e com emissão de micro-ondas com valores consistentes para todos parâmetros do material e de ajuste. [S.M.R., Phys. Rev. B **79**, 174411 (2009)]

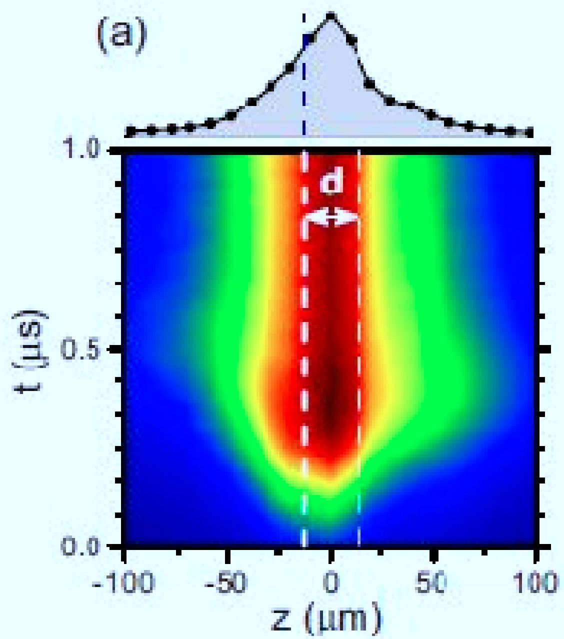
MUITO OBRIGADO

5- Função de onda do BEC de magnons

BLS com resolução espacial

V.E. Demidov *et al*., Phys. Rev. B **80**, 060401(R) (2009).





5- Função de onda do BEC de magnons

Equação para a função de onda do BEC

$$H = H_0 + H^{(4)} + H'_{eff}(t)$$

$$H_0 = \hbar \sum_k \omega_k \, c_k^+ c_k$$

$$H^{(4)} = \hbar \sum_{1234} \tfrac{1}{2} T_{1234} \, c_1^+ c_2^+ c_3 c_4 \, \Delta(\vec{k}_1 + \vec{k}_2 - \vec{k}_3 - \vec{k}_4) + H.c.$$

$$H'_{eff}(t) \cong \hbar (h\rho)_{eff} \, e^{-i2\omega_{k0} t} \, c_k^+ c_{-k}^+ + H.c.$$

$$(h\rho)_{eff} = -i\eta_m [(p - p_{c2})/(p_{c2} - p_{c1})]^{1/2}$$

5- Função de onda do BEC de magnons

Equação para a função de onda do BEC

$$i\frac{dc_k}{dt}=(\omega_k - i\eta_m)c_k - |h\rho|_{eff}\, e^{-i2\omega_{k0}t}\; c_{-k}^{+} + V_{(4)}\sum_{2,3,4}(c_2^{+}c_3c_4 + c_2^{+}c_3c_4 + c_2^{+}c_3c_4 + c_2^{+}c_3c_4)\;\Delta(\vec{k})$$

Como $\quad m^{+} \propto |\alpha_k| = \langle n_k \rangle^{1/2}$

define a função
de onda do BEC

$$\psi(\vec{r},t)=\frac{1}{V^{1/2}}\sum_k e^{i\vec{k}.\vec{r}}\,\alpha_k$$

$$\Downarrow$$

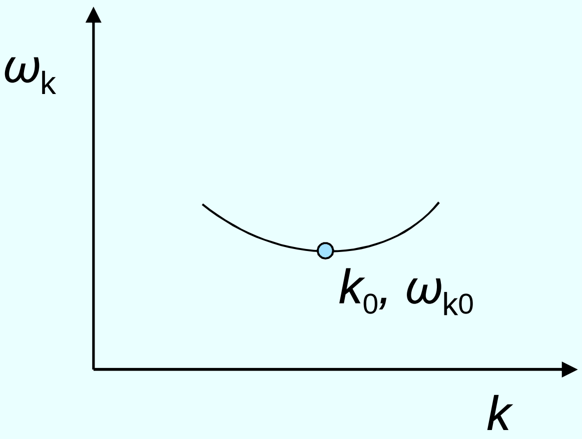
$$\int d^3r\,\psi^{*}\psi = \sum_k n_k = N_0$$

Envelope da f.o. em sist. girante

$$\boxed{\psi(\vec{r},t)=2\cos(\vec{k}_0.\vec{r})\psi_0(\vec{r},t)\,e^{-i\omega_{k0}t} \qquad \psi_0(\vec{r},t)=\frac{e^{i\omega_{k0}t}}{V^{1/2}}\sum_{\delta k}e^{i\delta\vec{k}.\vec{r}}\,\alpha_k}$$

$$\vec{k}=\vec{k}_0+\delta\vec{k}$$

5- Função de onda do BEC de magnons



$$\omega_k \cong \omega_{k0} + \lambda_x k_x^2 + \lambda_z k_z^2$$

$$\lambda_x = \frac{1}{2}\left[\frac{\partial^2 \omega_k}{\partial k_x^2}\right]_{k0} \qquad \lambda_z = \frac{1}{2}\left[\frac{\partial^2 \omega_k}{\partial k_z^2}\right]_{k0}$$

Usa na interação de 4 magnons

$$2\omega_{k0} = \omega_{k0+\delta k} + \omega_{k0-\delta k}$$

$$i\frac{\partial \psi_0}{\partial t} = -i\eta_m \psi_0 - \lambda_x \frac{\partial^2 \psi_0}{\partial x^2} - \lambda_z \frac{\partial^2 \psi_0}{\partial z^2} + 2V_{(4)} V \left|\psi_0\right|^2 \psi_0 - \left|h\rho\right|_{eff} \psi_0^*$$

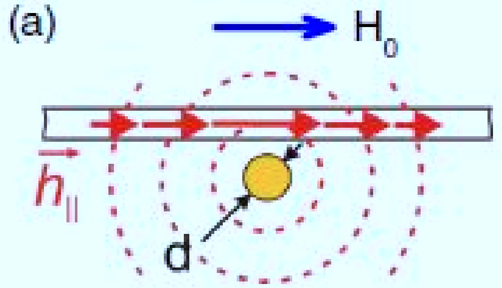
Equação de Gross-Pitaevskii (como em BEC de gas atômico)

5- Função de onda do BEC de magnons

com $$p_{k0}^2 = \frac{N_0^2}{V\int d^3r\,|\psi_0|^2\;|\psi_0|^2}$$

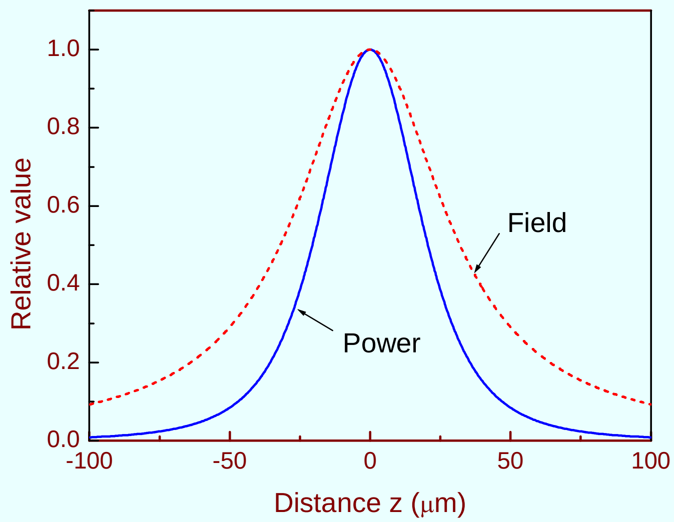
$$\psi_0 = \sqrt{N_0}\,\chi(z)$$

Mesmo de antes $$N_0 = p_{k0}\,n_H\,\frac{(p-p_{c2})^{1/2}}{(p_{c2}-p_{c1})^{1/2}}$$



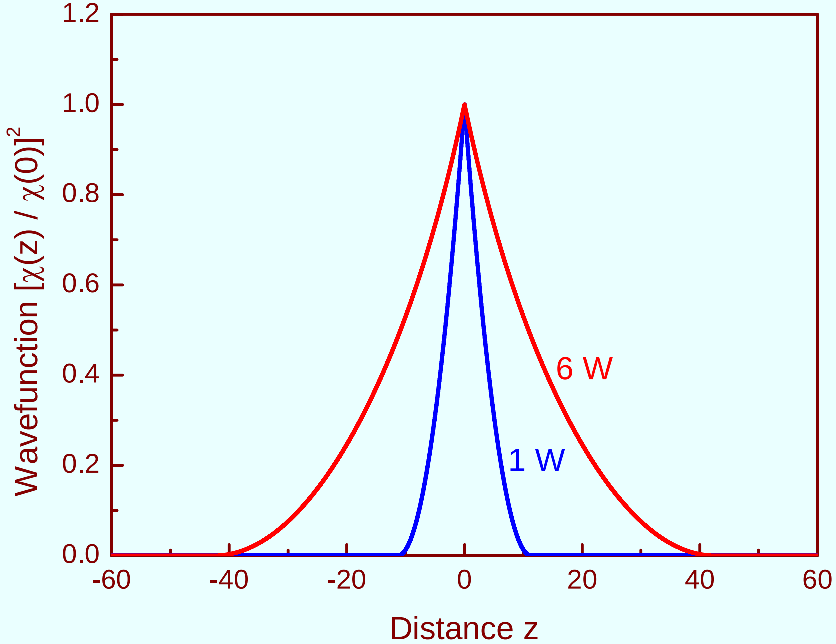
$$\boxed{\lambda_z \frac{d^2\chi}{dz^2} - b\,|\chi|^2\,\chi = 0}$$

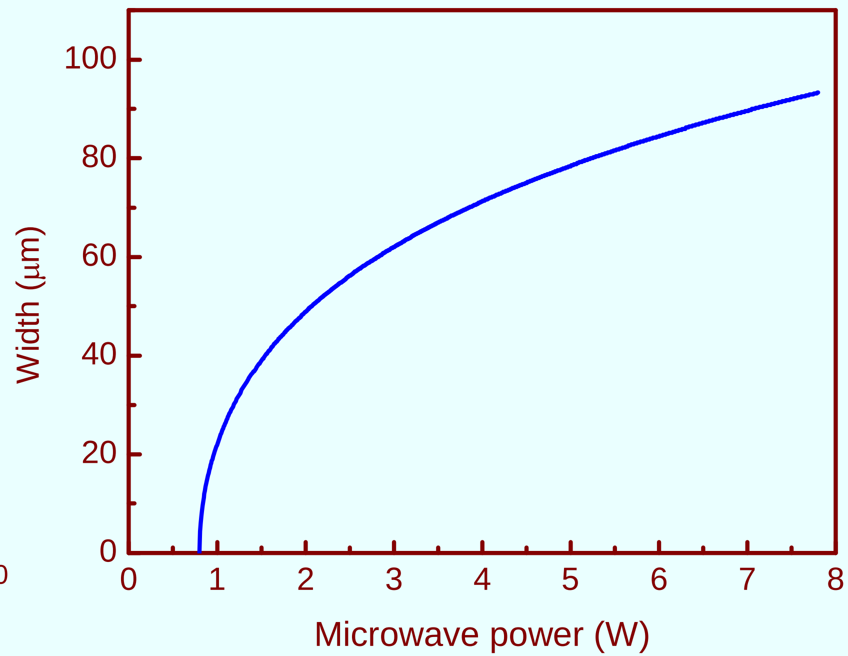
$$b = \eta_m\,(p/p_{c2} - 1)^{1/2}$$



5- Função de onda do BEC de magnons

Integração numérica leva a





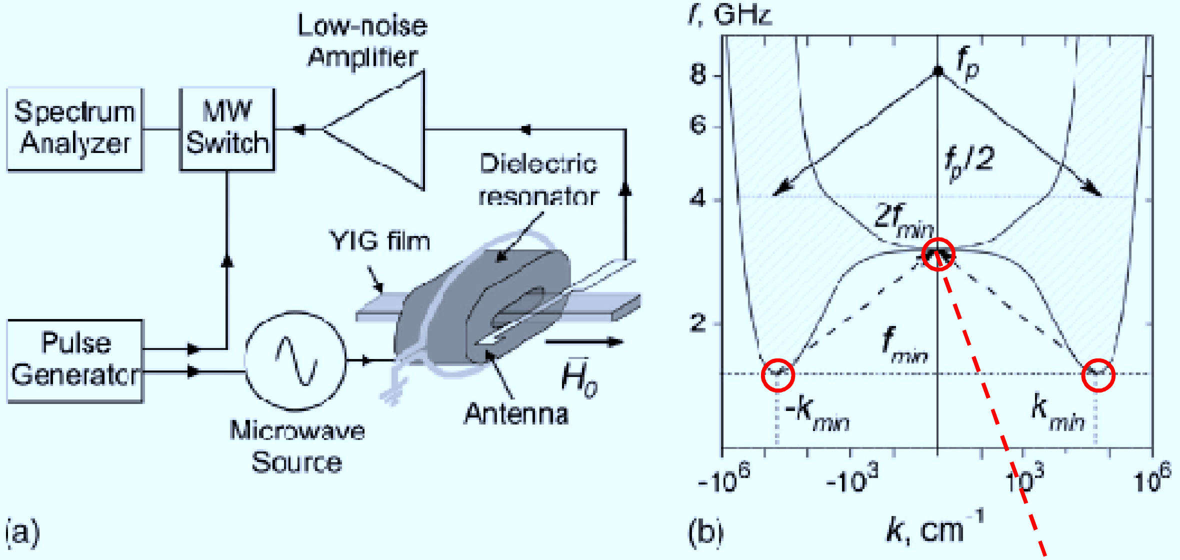
Largura da distribuição espacial aumenta com o aumento da potência de micro-ondas (como observado experimentalmente)

Obrigado mais uma vez

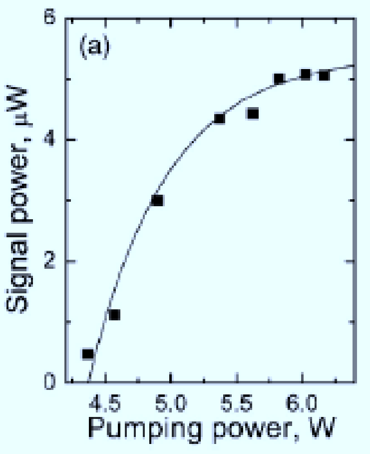
Outros experimentos de Demokritov *et al*.

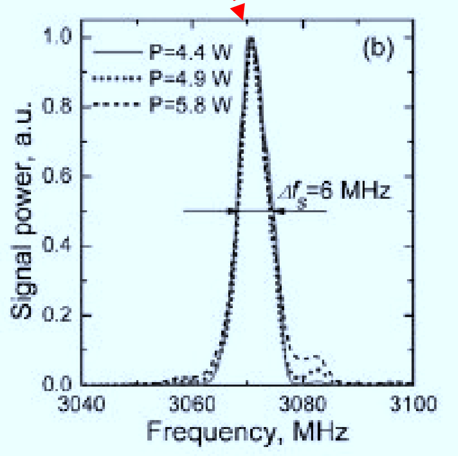
O. Dzyapko *et al*., Appl. Phys. Lett. 92, 162510 (2008).

Emissão de sinal coerente de micro-ondas com frequência 2 f_{min}



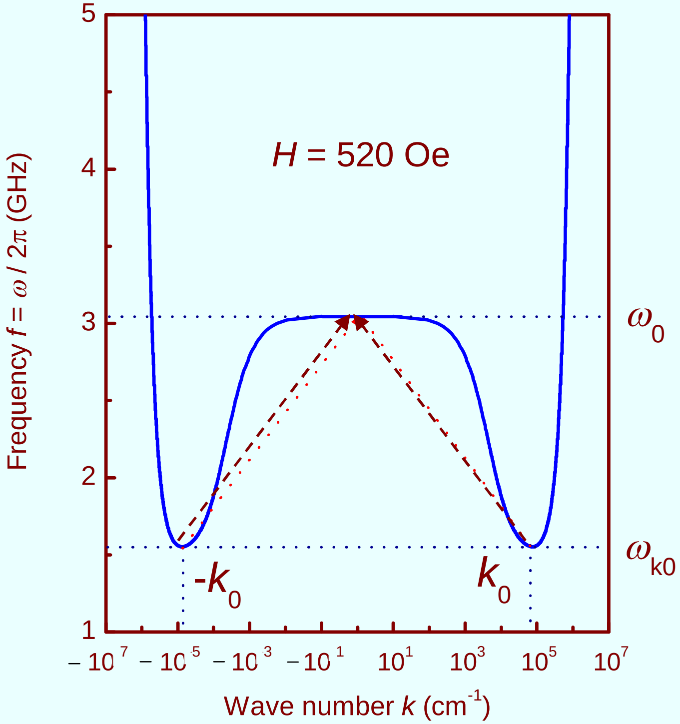
H = 520 Oe





6- Comparação da teoria com os experimentos

Emissão de micro-ondas em 2 $f_{\min}$



$$H = H_0 + H^{(3)} + H^{(4)} + H'_{eff}(t)$$

$$H^{(3)} = \hbar V_{(3)} c_0^{+} c_{k0} c_{-k0} + h.c. \qquad V_{(3)} = \omega_M / (2SN)^{1/2}$$

$$\frac{dc_0}{dt} = -(i\omega_0 + \eta_0 + iV_{(4)} n_0) c_0 - iV_{(3)} c_{k0} c_{-k0}$$

$$\frac{dc_{k0}}{dt} = -(i\omega_{k0} + \eta_{k0} + i2V_{(4)} n_{k0}) c_{k0} - i[V_{(3)} c_0 + (h\rho)_{eff} e^{-i2\omega_{k0} t}] c_{-k0}^{+}$$

6- Comparação da teoria com os experimentos

Pode-se mostrar que se magnons k_0,-k_0 são coerentes, os magnons com k = 0 também estão em estados coerentes

S.M.R., Phys. Rev. B 79, 060410(R) (2009)

$$\sigma_{k0} = \alpha_{k0}\,\alpha_{-k0}$$

Sistema girante $\omega_0 = 2\omega_{k0}$

$$\frac{d\alpha_0}{dt} = -(\eta_0 + iV_{(4)}\,n_0)\,\alpha_0 - ip_{k0}\,V_{(3)}\,\sigma_{k0}$$

$$\frac{d\sigma_{k0}}{dt} = -2(\eta_{k0} + i2V_{(4)}\,n_{k0})\,\sigma_{k0} - i2[V_{(3)}\,\alpha_0 / p_{k0} + (h\rho)_{eff}\,]n_{k0}$$

6- Comparação da teoria com os experimentos

Emissão de micro-ondas em 2 f_{min}

Potência de micro-ondas emitida
por magnetização em precessão

$$P = \frac{2N^2\Omega^2\omega_0^4}{3c^3}(m_x^2 + m_y^2)$$

$$\boxed{\langle P \rangle \cong \frac{V^2\omega_0^4 M^2}{c^3}\frac{n_0}{NS}}$$

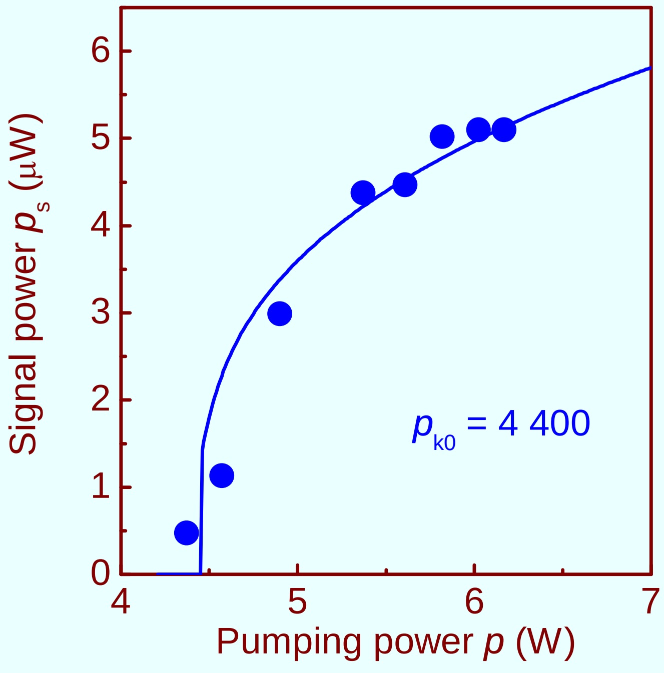
6- Comparação da teoria com os experimentos

Emissão de micro-ondas

Fit com $$p_s = C\, n_0 / NS$$

Bombeio coerente

Data- O. Dzyapko *et al.*, Appl. Phys. Lett. **92**, 162510 (2008).



Bombeio incoerente

Data- A.V. Chumak *et al.*, Phys. Rev. Lett. **102**, 187205 (2009)